

ЛУКЪЯНОВ АЛЕКСАНДР ВЛАДИМИРОВИЧ

**Исследование нейрорподобных сетей,
работающих со средним значением
стохастического потока**

05.13.17. Теоретические основы информатики

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Ярославль
2000

Работа выполнена на кафедре теоретической информатики факультета информатики и вычислительной техники Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Тимофеев Е. А.

Научный консультант: кандидат физико-математических наук,
профессор Соколов В. А.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Майоров В. В.
доктор физико-математических наук,
профессор Бандман О. Л.

Ведущая организация: Институт радиотехники и электроники РАН.

Защита состоится 3 ноября 2000 года в _____ на заседании диссертационного совета К064.12.04 при Ярославском государственном университете им. П. Г. Демидова по адресу:
150000, г. Ярославль, ул. Советская, д. 14.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова по адресу:
150000, г. Ярославль, ул. Кирова, д. 8/10.

Автореферат разослан ____ октября 2000 года.

Ученый секретарь
диссертационного
совета, к. ф.-м. н.

Пендюр А. Д.

Общая характеристика работы

Актуальность темы

В диссертации разработаны новые модели искусственных нейронов, использующих кодирование информации в виде среднего значения стохастического потока бинарных импульсов.

Задача создания и исследования искусственных нейронных сетей (ИНС) в последнее время вызывает большой интерес. Одна из причин этого заключается в том, что ИНС применяются для решения большого класса задач. В этот класс входят задачи обработки изображений [Горбань А. Н. 1994, Престон К. 1979], задачи распознавания оптических образов [Fukushima K. 1988, Wang S.S. 1996], звуковых сигналов [Pratt L.Y. 1991], организации ассоциативной памяти [Кохонен Т. 1980, Кохонен Т. 1982, Hopfield J.J. 1986], предсказания показателей биржевых рынков [Горбань А. Н. 1996], синтеза речи [Sejnowski T.J. 1987] и многие другие.

Успешное применение искусственных нейронных сетей основано на том, что их принципы функционирования подражают принципам работы головного мозга [Amit D.J. 1989, Лебедев А. Н. 1990, Лебедев А. Н. 1992, Бехтерева Н.П. 1980]. Это подражание обусловлено тем, что элемент ИНС (искусственный нейрон) разрабатывался на основе предположений о функционировании биологических нейронов [Rosenblatt F. 1958, McCulloch W.S. 1943].

При разработке искусственной нейронной сети всегда строится формальная модель нейрона, которая изучается математическими методами и для которой разрабатывается алгоритм обучения. На основе формальной модели может быть создана схемотехническая модель и аппаратная реализация ИНС, которая обладает свойствами изученной формальной модели и обучается теми же методами, что и формальная модель. Первая формальная модель нейрона была предложена У. Мак-Каллоком и В. Питтсом [McCulloch W.S. 1943]. Другие формальные модели нейронов и нейронных сетей предлагались Ф. Розенблаттом [Rosenblatt F. 1958] (перцептрон), Дж. Хопфилдом [Hopfield J.J. 1986] и другими.

В диссертации разработаны и изучены математическими методами формальные модели нейронов, работающих со средними значениями стохастических потоков, предложены методы их обучения, построены схемотехнические модели. Предложенные модели нейронов превосходят другие модели по простоте аппаратной реализации. В схемотехнической модели предложенного нейрона количество логических элементов «И» зависит от числа входов нейрона N и количества битов w' в регистрах, содержащих весовые коэффициенты, и составляет $3Nw' + 2N + 2$. В состав нейрона также входит две шины квазисуммирования разрядности w' , четыре сумматора и один генератор случайных битов с заданной вероятностью появления нуля.

Примененный способ кодирования информации в виде среднего значения стохастического потока присутствует в биологических нейронных сетях. В работах Е. Н. Соколова, Г. Г. Вайткявичуса, Б. Бернса и Дж. Экклса было показано, что информация в биологических нейронных сетях может передаваться в форме плотности приблизительно одинаковых нервных импульсов [Соколов Е. Н. 1989, Бернс Б. 1969, Экклс Дж. 1966].

Данный способ кодирования был также применен в диссертации для создания схмотехнической модели устройства, выполняющего дискретное преобразование Фурье. Исследована математическая модель этого устройства и доказана его работоспособность.

Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) широко применяется в цифровой технике для спектрального представления информации. В класс задач, где используется ДПФ, входят обработка цифровых сигналов и изображений [Рабинер Л. Р. 1978], адаптивное предсказание речи [Рабинер Л. Р. 1981], техническое зрение [Кузьмин С. А. 1986], цифровая голография, сейсморазведка и многие другие.

В диссертации разработана также модель нейрона с альтернативными синапсами, работающего со средними значениями стохастических потоков.

Нейрон с альтернативными синапсами имеет биологическую основу. Формальная модель нейрона с альтернативными синапсами была разработана на основе биологических данных о существовании пар согласованно функционирующих нейронов [Wässle H. 1981, Kidd M. 1962, Friesen W.O. 1975], важную роль этих нейронных структур отмечает Ю. Д. Кропотов [Кропотов Ю. Д. и др. 1989, 1993, 1994]. А. А. Короткиным и В. А. Панкратовым было показано, что нейроны с альтернативными синапсами в среднем обладают лучшими классифицирующими способностями по сравнению с обычными нейронами.

Для всех разработанных устройств проводились исследования на имитационных моделях, показавшие их работоспособность.

Сравним разработанную в диссертации модель нейрона с моделями потоковых нейронов других авторов.

Исследование искусственных нейронных сетей, основанных на кодировании информации в виде потока импульсов, представлено работами А. Ф. Мюррея, М. Томлинсона, Дж. Томберга, Ю. А. Маматова, Г. П. Штерна, А. К. Карлина, А. Н. Малкова и Е. А. Тимофеева.

А. Ф. Мюррей использует для построения нейронов цифро-аналоговый подход, при этом импульсы не синхронизированы и могут перекрываться не полностью [Murray A.F. 1987]. М. Томлинсон рассматривает полностью цифровую схему нейрона, в которой сигнал дискретен и импульсы синхронизированы [Tomlinson M.S. 1990]. При цифровом подходе операция умножения реализуется проще. В предложенной здесь модели также используется полностью цифровое представление потока импульсов. По сравнению с работой Томлинсона в предложенной модели имеется регистр, позволяю-

щий в любой момент времени получить состояние нейрона.

Ю. А. Маматов, Г. П. Штерн, А. К. Карлин, и А. Н. Малков предложили схемотехническую модель цифрового нейрона, работающего с плотностью потока бинарных импульсов [Маматов Ю. А. и др. 1993, 1995, 1996]. Этот нейрон использовал преобразование цифровых коэффициентов в поток бинарных импульсов и содержал генераторы случайных чисел, количество которых было пропорционально количеству входов.

Этими же авторами была предложена модель потокового нейрона, число генераторов случайных битов которого было пропорционально логарифму количества входов [Карлин А. К. и др. 1998].

В модели нейрона, предложенной в диссертации, была устранена необходимость преобразования весовых коэффициентов в поток импульсов, что позволило сократить количество генераторов случайных чисел. В предложенной модели оно не зависит от количества входов нейрона.

Таким образом, в диссертации предложена модель усовершенствованного и упрощенного нейрона, работающего с потоками импульсов, количество генераторов случайных чисел в котором не зависит от количества синапсов.

Из вышесказанного видно, что данная работа является актуальной.

Цель работы

Целью данной работы является разработка новых моделей вычислительных устройств, использующих кодирование информации в виде среднего значения цифрового стохастического потока и имеющих небольшие аппаратные затраты. Разработаны модели двух различных нейронов, использующих данное кодирование информации и модель устройства, выполняющего дискретное преобразование Фурье с использованием такого кодирования.

Научная новизна

Основные научные результаты диссертации состоят в следующем.

Разработана модель нейрона, использующего кодирование информации в виде среднего значения стохастического потока, количество генераторов случайных чисел которого не зависит от количества синапсов.

Разработана модель нейрона с альтернативными синапсами, также использующая потоковое кодирование и имеющая малое количество генераторов случайных чисел.

Предложен метод представления комплексных чисел в виде среднего значения стохастического потока и модель устройства, выполняющего дискретное преобразование Фурье и содержащего только сумматоры и простые логические элементы.

Методы исследования

В данной работе построены математические модели потоковых устройств. Для их исследования применяются как математические методы (теория вероятностей, исследование операций), так и имитационное моделирование в сочетании со статистическими методами.

Положения, выносимые на защиту

1. Модели потоковых устройств: нейрона; нейрона с альтернативными синапсами; устройства, выполняющего дискретное преобразование Фурье. Схемотехнические модели этих устройств, математические модели, анализ математических моделей. 2. Методы обучения потоковых нейронов: модифицированный метод Хебба; метод оптимизации приближенной функции ошибки. 3. Результаты экспериментов на имитационных моделях разработанных устройств, показывающие их работоспособность.

Практическая ценность

Данная работа имеет теоретический характер. Исследованы формальные модели разработанных потоковых устройств. Предложены методы обучения потоковых нейронов и потоковых нейронов с альтернативными синапсами. Эксперименты на имитационной модели показали работоспособность всех устройств. Это делает возможным создание аппаратной реализации нейронных сетей и устройства ДПФ на основе предложенных моделей.

Нейросети из предложенных нейронов могут применяться для распознавания образов, организации ассоциативной памяти и для решения других задач. Устройство ДПФ может применяться для любых задач, где требуется спектральное представление данных с небольшой точностью. Например, это устройство может применяться как входной фильтр для потоковой нейронной сети.

Апробация работы

По результатам, полученным в ходе работы, были сделаны доклады на семинаре лаборатории информационных и коммуникационных технологий на основе динамического хаоса Института радиотехники и электроники РАН, на VIII всероссийском семинаре «Нейроинформатика и ее приложения», а также на семинарах ЯрГУ «Моделирование и анализ информационных систем» и «Нейронные сети».

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, 4 глав и выводов, изложенных на 74 страницах. В работу входит 10 иллюстраций и 12 таблиц. Список литературы содержит 64 наименования.

Основное содержание работы

Во **введении** (глава 1) приводятся основные понятия, относящиеся к искусственным нейронным сетям, дискретному преобразованию Фурье и потоковому кодированию информации. Рассматривается формальная модель нейрона Мак-Каллока–Питтса и нейрона с альтернативными синапсами. Приводится краткий обзор аналоговой и обычной цифровой реализаций нейрона с перечислением работ, в которых рассматривалось представление информации в виде потока импульсов, аналоговых и цифровых, а также различные реализации нейронов на основе такого представления информации. Обсуждается связь с биологическими нейронами. Рассматривается Дискретное преобразование Фурье, его применения и подходы к реализации. Приводится обзор диссертации.

В главе **2** приводится обзор способов представления информации в виде среднего значения цифровых стохастических последовательностей (потоков). Рассматриваются некоторые операции с потоками и два метода оценки среднего значения потока.

В разделе **2.1** приводятся основные определения стохастических потоков и их свойств.

Определение. Стохастическим потоком называется случайный процесс с дискретным временем и конечным множеством возможных значений.

Определение. Будем говорить, что поток (x_1, \dots, x_t, \dots) имеет среднее значение x , или число x представлено в виде потока (x_1, \dots, x_t, \dots) , если следующий предел сходится по вероятности и равен x :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n x_t = x.$$

Определение. Два потока (x_1, \dots, x_t, \dots) и (y_1, \dots, y_t, \dots) со средними значениями x и y будем называть независимыми, если следующий предел сходится по вероятности к xy :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n x_t y_t = xy.$$

Данное определение отличается от стандартного определения независимых случайных процессов, но в данной работе рассматривается только независимость в смысле умножения соответствующих элементов потоков.

В разделе **2.2** рассматривается представление в виде потока действительных значений из отрезка $[0; 1]$, методы оценки среднего значения потока, основные операции с потоками.

В разделе **2.3** рассматриваются два способа представления в виде потока действительных значений из отрезка $[-1; 1]$ и операции с такими потоками.

В разделе **2.4** предлагается представление комплексных значений в виде потока и операции с комплексными потоками.

В главе **3** предлагается модель цифрового нейрона, работающего со средними значениями потоков. Схема этого цифрового нейрона состоит из небольшого количества простых логических элементов, нескольких сумматоров и нескольких генераторов случайных чисел. Это обеспечивает низкую стоимость аппаратной реализации и возможность наращивания количества синапсов.

В разработанной модели нейрона информация представляется в виде среднего значения стохастических последовательностей (потоков). Следуя [Tomlinson M.S. 1990, Маматов Ю. А. и др. 1995], такие нейроны будем называть потоковыми.

Потоковые нейроны разрабатываются с целью уменьшения аппаратных затрат и стоимости аппаратной реализации нейронных сетей. Их применение позволяет создавать сети больших размеров и увеличивать число синапсов отдельных нейронов. Положительным свойством потоковых нейронов также является относительная устойчивость к ошибкам передачи данных.

В статье [Маматов Ю. А. и др. 1995] рассматривается схемотехническая модель потокового нейрона, в котором число генераторов случайных битов пропорционально числу синапсов нейрона. В работе [Карлин А. К. и др. 1998] число генераторов случайных битов было сокращено до $\log_2 N$, где N — количество синапсов.

Изложенная в настоящей работе модель потокового нейрона имеет число генераторов случайных битов, не зависящее от количества синапсов.

В разделе **3.1** перечисляются основные элементы потокового нейрона.

Рассматриваемый нейрон имеет N входов, на которые поступают последовательности $(x_{i1}, \dots, x_{it}, \dots)$, где $x_{it} \in \{-1, 0, 1\}$, $(N + 1)$ синаптических коэффициентов w_0, \dots, w_N и регистр z , в котором накапливается некоторое суммарное значение. На выход нейрона подается последовательность y_t , формируемая в соответствии со знаком значения регистра z и коэффициентом разреженности b .

Синаптические коэффициенты w_i кодируются w' битами и битом знака, регистр z кодируется $(z' + w' + 2)$ битами и представляется в форме дополнения до 1. Коэффициент b кодируется b' битами.

В состав нейрона всего входит:

- 1) $3Nw' + 2N + 2 + b'$ битовых логических элементов «И»;
- 2) две шины квазисуммирования разрядности w' ;
- 3) четыре сумматора разрядностей $w' + 1$, $w' + 2$, $w' + 3$ и $z' + w' + 2$;
- 4) b' генераторов случайных битов.

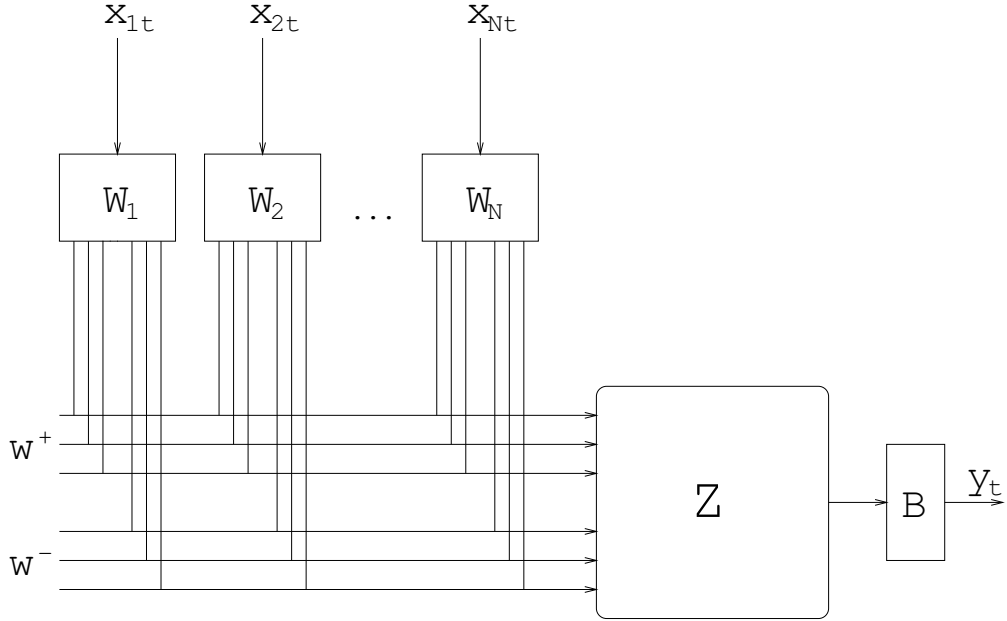


Рис. 1. Схема потокового нейрона

На рис. 1 изображена схема описываемого нейрона. Блоки $\mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_N$ содержат регистры с соответствующими синаптическими коэффициентами и устройства выбора. Блок \mathbf{Z} содержит регистры z и w_0 , а также ряд сумматоров. Блок \mathbf{B} содержит регистр b и осуществляет вероятностную фильтрацию.

В разделе **3.2** описывается работа нейрона на одном шаге.

На шаге t очередные значения x_{it} из входных последовательностей умножаются на соответствующие весовые коэффициенты w_i , и модули результатов поступают на одну из двух шин в зависимости от знака. На шинах происходит побитовое логическое «ИЛИ», и результаты накапливаются в суммирующем регистре z .

Обозначим поступающие на положительную шину значения $w_i^+(t)$, а поступающие на отрицательную шину — $w_i^-(t)$:

$$w_i^+(t) = \begin{cases} |w_i|, & \text{если } w_i x_{it} > 0; \\ 0, & \text{если } w_i x_{it} \leq 0, \end{cases}$$

$$w_i^-(t) = \begin{cases} |w_i|, & \text{если } w_i x_{it} < 0; \\ 0, & \text{если } w_i x_{it} \geq 0. \end{cases}$$

На шаге t значение регистра z изменяется следующим образом:

$$z_{t+1} = z_t - z_t 2^{-z'} + \Delta z_t,$$

$$\Delta z_t = \bigvee_{i=1}^N w_i^+(t) - \bigvee_{i=1}^N w_i^-(t) + w_0.$$

Символом \bigvee обозначена операция побитового логического «ИЛИ».

На каждом шаге на выход нейрона подается с вероятностью b значение 0 и с вероятностью $1 - b$ знак регистра z .

В разделе **3.3** вычисляется математическое ожидание и дисперсия величины z_t при $t \rightarrow \infty$, при условии независимости величин x_{it} в совокупности для всех i, t . Вычисляется также математическое ожидание z_t для одного частного случая, необходимого для обучения.

В разделе **3.4** получены неравенства для математического ожидания величины $\bigvee_{i=1}^N w_i^+(t)$ при условии независимости величин x_{it} . Показано, что функция состояния нейрона приближается к линейной от значений весов и средних значений входных последовательностей при $b \rightarrow 1$.

В разделе **3.5** формулируется задача обучения полносвязной нейронной сети, и предлагаются методы обучения: метод Хебба, модифицированный метод Хебба и метод оптимизации приближенной функции ошибки. Каждый нейрон обучается независимо, номер обучаемого нейрона обозначен j .

Приведем здесь модифицированный метод Хебба и метод оптимизации. Обучение производится на множество изображений $\{\mathbf{X}^1, \dots, \mathbf{X}^P\}$, $\mathbf{X}^m = (X_1^m, \dots, X_N^m)$, где $X_i^m \in \{-1, 1\}$.

Модифицированный метод Хебба. Предлагается следующий вариант правила Хебба. Для нейрона j (предполагая $0/0 = 1/2$):

$$\begin{aligned} A_{ij}^+ &= \frac{1}{4} \sum_{m=1}^P (1 + X_i^m)(1 + X_j^m), \\ A_{ij}^- &= \frac{1}{4} \sum_{m=1}^P (1 - X_i^m)(1 + X_j^m), \\ B_{ij}^+ &= \frac{1}{4} \sum_{m=1}^P (1 + X_i^m)(1 - X_j^m), \\ B_{ij}^- &= \frac{1}{4} \sum_{m=1}^P (1 - X_i^m)(1 - X_j^m), \\ w_{ij} &= \left(2^{w'} - 1\right) \left(\frac{A_{ij}^+}{A_{ij}^+ + B_{ij}^+} - \frac{A_{ij}^-}{A_{ij}^- + B_{ij}^-} \right), \\ i &\in \{1, \dots, N\}, \end{aligned}$$

где A_{ij}^+ , A_{ij}^- , B_{ij}^+ , B_{ij}^- — количество элементов в подмножествах множества образов.

Оптимизационное обучение. Оптимизационная задача заключается в нахождении коэффициентов w_{1j}, \dots, w_{Nj} , при которых функция E

принимает наименьшее значение:

$$E(w_{1j}, \dots, w_{Nj}) = \sum_{m=1}^P (S(\bar{Z}(\mathbf{X}^m, \mathbf{w}))) - X_j^m)^2,$$

$$\bar{Z}(\mathbf{x}, \mathbf{w}) = \frac{1 - b^N}{N} \sum_{i=1}^N w_i x_i.$$

$$S(z) = \frac{2}{1 + e^{-z}} - 1.$$

где j — номер обучаемого нейрона. Параметры w_{0j} и w_{jj} принимаются равными нулю. Здесь величины w_{ij} являются вещественными. После оптимизации они нормируются и округляются до ближайшего целого.

В разделе **3.6** описывается эксперимент на имитационной модели полносвязной сети размера 8×8 из потоковых нейронов, метод статистической обработки результатов, и приводятся средние статистические значения для всех образов и всех уровней помех от 1 до 10 при разных способах обучения. Произведено сравнение методов обучения между собой и с традиционным методом Хебба, показавшее преимущество метода оптимизации над модифицированным методом Хебба и преимущество модифицированного метода Хебба над традиционным методом Хебба.

В главе 4 рассматривается модель цифрового нейрона с альтернативными синапсами, работающего со средними значениями потоков.

Потоковый нейрон с альтернативными синапсами обрабатывает положительные и отрицательные значения, поступающие на его синапсы, независимо, с различными в общем случае весовыми коэффициентами. На выход данного нейрона поступает две последовательности y_t^+ и y_t^- , для положительных и отрицательных значений. Формальная модель нейрона с альтернативными синапсами (или А-нейрона) была впервые предложена в статье [Короткин А. А., Панкратов В. А. 1997]. В той же статье показано, что А-нейроны в среднем обладают лучшими классифицирующими способностями по сравнению с обычными нейронами. Формальная модель А-нейрона была разработана на основе биологических данных о существовании пар согласованно функционирующих нейронов [Wässle H. 1981, Kidd M. 1962, Friesen W.O. 1975], важную роль этих нейронных структур отмечает Ю. Д. Кропотов [1989, 1993, 1994].

Схема потокового А-нейрона, как и схема потокового нейрона, описанного в третьей главе, имеет количество генераторов случайных битов, не зависящее от количества синапсов. Количество связей между нейронами не возрастает, так как в схеме потокового нейрона для кодирования значений $-1, 0, 1$ требуется два бита, столько же, сколько передается между потоковыми А-нейронами.

В разделе **4.1** перечисляются основные элементы потокового нейрона с альтернативными синапсами.

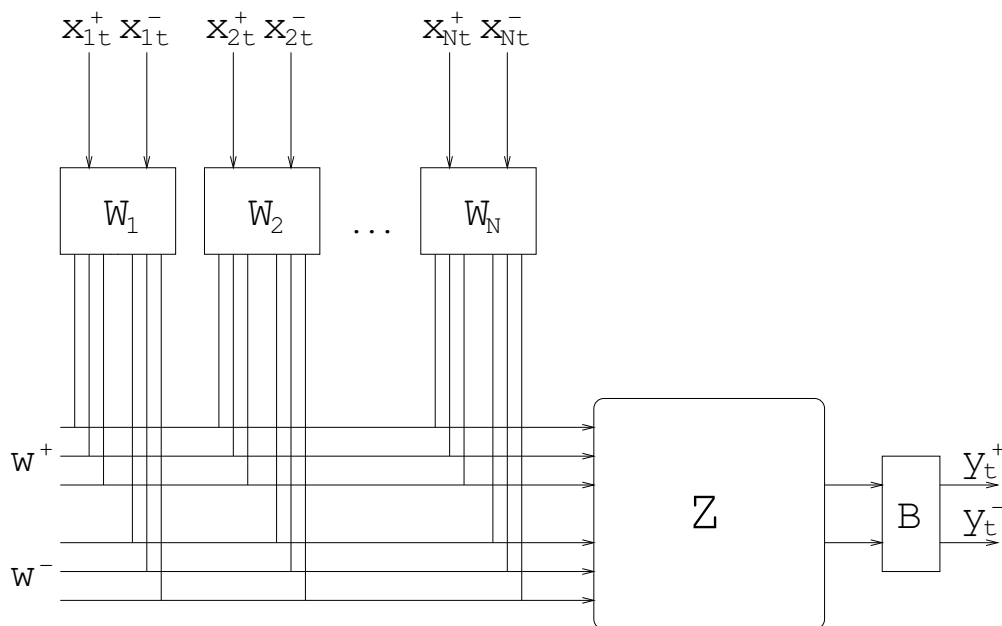


Рис. 2. Схема потокового А-нейрона

На вход рассматриваемого нейрона поступают $2N$ последовательностей $(x_{i1}^+, \dots, x_{it}^+, \dots)$ и $(x_{i1}^-, \dots, x_{it}^-, \dots)$, где $x_{it}^+, x_{it}^- \in \{0, 1\}$, $i \in \{1 \dots N\}$, t — дискретное время. Выполняется условие $x_{it}^+ x_{it}^- = 0$. Имеется $2N$ синаптических коэффициентов $w_1^+, w_1^-, \dots, w_N^+, w_N^-$, два пороговых коэффициента w_0^+, w_0^- и регистр z , в котором накапливается некоторое суммарное значение. На выход нейрона подаются две последовательности $(y_1^+, \dots, y_t^+, \dots)$ и $(y_1^-, \dots, y_t^-, \dots)$, где $y_t^+, y_t^- \in \{0, 1\}$, формируемые в соответствии со знаком значения регистра z и коэффициентом разреженности b .

Синаптические и пороговые коэффициенты w_i^+ и w_i^- кодируются w' битами и битом знака, регистр z кодируется $(z' + w' + 2)$ битами и представляется в форме дополнения до 1. Коэффициент b кодируется b' битами.

В состав нейрона всего входит:

- 1) $(2N + 2)$ регистров разрядности $w' + 1$, один регистр разрядности $z' + w' + 2$, один регистр разрядности b' ;
- 2) $4Nw' + 2N + 2 + b'$ битовых логических элементов «И»;
- 3) две шины квазисуммирования разрядности w' ;
- 4) четыре сумматора разрядностей $w' + 1$, $w' + 2$, $w' + 3$ и $z' + w' + 2$;
- 5) b' генераторов случайных битов.

На рис. 2 изображена схема описываемого нейрона. Блоки $\mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_N$ содержат регистры с синаптическими коэффициентами $(w_1^+, w_1^-, \dots, w_N^+, w_N^-)$ и устройства выбора. Блок \mathbf{Z} содержит регистры z , w_0^+ и w_0^- , а также ряд сумматоров. Блок \mathbf{B} содержит регистр b и осуществляет вероятностную фильтрацию.

В разделе 4.2 описывается работа нейрона с альтернативными синапсами на одном шаге.

Введем необходимые обозначения. Определим следующие функции знака:

$$\begin{aligned} \operatorname{sgn}^+(z) &= \begin{cases} 0, & \text{если } z < 0; \\ 1, & \text{если } z \geq 0, \end{cases} \\ \operatorname{sgn}^-(z) &= \begin{cases} 1, & \text{если } z < 0; \\ 0, & \text{если } z \geq 0, \end{cases} \\ \operatorname{sgn}(z) &= \operatorname{sgn}^+(z) - \operatorname{sgn}^-(z). \end{aligned} \quad (1)$$

Будем использовать операцию $[x]$ как округление к ближайшему целому.

Опишем работу нейрона в момент времени t .

На входы нейрона поступают значения x_{it}^+ и x_{it}^- , $i \in \{1, \dots, N\}$.

В зависимости от входных значений x_{it}^+ , x_{it}^- и знаков синаптических коэффициентов w_i^+ и w_i^- , на одну из шин квазисуммирования подается значение $|w_i^+|$ или $|w_i^-|$. Обозначим поступающие из блока \mathbf{W}_i в момент времени t на положительную шину значения $w_i^+(t)$, а на отрицательную шину — $w_i^-(t)$:

$$\begin{aligned} w_i^+(t) &= x_{it}^+ |w_i^+| \operatorname{sgn}^+(w_i^+) + x_{it}^- |w_i^-| \operatorname{sgn}^+(w_i^-), \\ w_i^-(t) &= x_{it}^+ |w_i^+| \operatorname{sgn}^-(w_i^+) + x_{it}^- |w_i^-| \operatorname{sgn}^-(w_i^-), \\ k &\in \{1, \dots, w'\}. \end{aligned}$$

Следует заметить, что в вышеприведенных выражениях сумма может быть заменена на побитовое «ИЛИ», так как хотя бы одно из двух слагаемых равно нулю, а умножение — на операцию «И», так как $x_{it}^\pm \in \{0, 1\}$, $\operatorname{sgn}^\pm(w_i^\pm) \in \{0, 1\}$

На шинах квазисуммирования происходит побитовое логическое «ИЛИ», и на них образуются значения $w^+(t)$ и $w^-(t)$:

$$\begin{aligned} w^+(t) &= \bigvee_{i=1}^N w_i^+(t), \\ w^-(t) &= \bigvee_{i=1}^N w_i^-(t). \end{aligned} \quad (2)$$

Значения $w^+(t)$ и $w^-(t)$ поступают на вход блока \mathbf{Z} . На шаге t значение регистра z изменяется следующим образом:

$$\begin{aligned} z_{t+1} &= z_t - \left[z_t 2^{-z_t'} \right] + \Delta z_t, \\ \Delta z_t &= w^+(t) - w^-(t) + w_0^+ \operatorname{sgn}^+(z_t) - w_0^- \operatorname{sgn}^-(z_t). \end{aligned} \quad (2)$$

На выход блока \mathbf{Z} подаются значения $\operatorname{sgn}^+(z_t)$ и $\operatorname{sgn}^-(z_t)$, определяемые в соответствии с (1). Эти значения поступают в блок \mathbf{B} .

Будем называть $S_t = \operatorname{sgn}(z_t)$ состоянием нейрона в момент времени t .

На выход блока \mathbf{B} с вероятностью b подаются значения $0, 0$, и с вероятностью $(1 - b)$ значения $\text{sgn}^+(z_t)$ и $\text{sgn}^-(z_t)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{P} \{y_t^+ = 0 \wedge y_t^- = 0\} &= b, \\ \mathbf{P} \{y_t^+ = \text{sgn}^+(z_t) \wedge y_t^- = \text{sgn}^-(z_t)\} &= 1 - b, \end{aligned}$$

При выполнении условия $w_i^- = -w_i^+$ данный нейрон эквивалентен нейрону, описанному во второй главе.

В разделе **4.3** вычисляется математическое ожидание величины $w(t)$ ($w(t) = w^+(t) - w^-(t)$), при условии независимости величин x_{it}^\pm в совокупности для всех i . Вычисляется также математическое ожидание этой величины для одного частного случая, необходимого для обучения.

В разделе **4.4** формулируется задача обучения полносвязной нейронной сети, построенной на нейронах с альтернативными синапсами. Описывается двушаговый метод обучения, на первом шаге вычисляются коэффициенты w_1^\pm, \dots, w_N^\pm , на втором шаге вычисляются w_0^+ и w_0^- . Предлагается правило вычисления коэффициентов w_0^\pm для полносвязной сети, при котором все эталонные изображения гарантированно являются устойчивыми. Каждый нейрон обучается независимо, номер обучаемого нейрона обозначен j . Обучение производится на множество изображений $\{\mathbf{X}^1, \dots, \mathbf{X}^P\}$, $\mathbf{X}^m = (X_1^m, \dots, X_N^m)$, где $X_i^m \in \{-1, 1\}$.

В разделе **4.5** формулируются правила обучения нейрона с альтернативными синапсами по методу Хебба и по модифицированному методу Хебба, а также аналогичные методы для обычных нейронов.

Приведем здесь методы обучения для А-нейронов.

Обучение с помощью стандартного метода Хебба, с использованием альтернативных синапсов (описано в статье [Короткин А. А., Панкратов В. А. 1997]):

$$\begin{aligned} w_{ij}^+ &= \left[\frac{2^{w'} - 1}{P} \sum_{m=1}^P X_j^m |X_i^m| \text{sgn}^+(X_i^m) \right], \\ w_{ij}^- &= \left[\frac{2^{w'} - 1}{P} \sum_{m=1}^P X_j^m |X_i^m| \text{sgn}^-(X_i^m) \right]. \end{aligned}$$

Обучение с помощью модифицированного метода Хебба, с использованием альтернативных синапсов (здесь $0/0=0$):

$$w_{ij}^+ = \left[\frac{\sum_{m=1}^P X_j^m |X_i^m| \text{sgn}^+(X_i^m)}{\left(2^{w'-1}\right) \sum_{m=1}^P \text{sgn}^+(X_i^m)} \right],$$

$$w_{ij}^- = \left[\frac{\sum_{m=1}^P X_j^m |X_i^m| \operatorname{sgn}^-(X_i^m)}{\sum_{m=1}^P \operatorname{sgn}^-(X_i^m)} \right].$$

В разделе 4.6 формулируются правило обучения А-нейрона методом оптимизации приближенной функции ошибки, и аналогичное правило для обычных нейронов.

Приведем здесь метод обучения для А-нейронов.

Для обучения А-нейрона будем оптимизировать функцию E_a :

$$E_a(\boldsymbol{\omega}^+, \boldsymbol{\omega}^-) = \sum_{m=1}^P \left(s(f_a(\mathbf{X}^{m(+)}, \mathbf{X}^{m(-)}, \boldsymbol{\omega}^+, \boldsymbol{\omega}^-)) - X_j^m \right)^2,$$

$$f_a(\boldsymbol{\chi}^+, \boldsymbol{\chi}^-, \boldsymbol{\omega}^+, \boldsymbol{\omega}^-) = \sum_{i=1}^N \chi_i^+ \omega_i^+ + \sum_{i=0}^N \chi_i^- \omega_i^-,$$

$$\mathbf{X}^{m(+)} = (X_1^m \operatorname{sgn}^+(X_1^m), \dots, X_N^m \operatorname{sgn}^+(X_N^m)),$$

$$\mathbf{X}^{m(-)} = (X_1^m \operatorname{sgn}^-(X_1^m), \dots, X_N^m \operatorname{sgn}^-(X_N^m)),$$

$$s(x) = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}.$$

После нахождения локального минимума $\boldsymbol{\omega}^{+*}$, $\boldsymbol{\omega}^{-*}$ весовые коэффициенты вычисляются следующим образом:

$$w_i^+ = \left[\frac{(2^{w'} - 1) \omega_i^{+*}}{\max_k |\omega_k^{+*}|} \right],$$

$$w_i^- = \left[\frac{(2^{w'} - 1) \omega_i^{-*}}{\max_k |\omega_k^{-*}|} \right].$$

В разделе 4.7 описывается эксперимент на имитационной модели полносвязной сети размера 8×8 из потоковых нейронов с альтернативными синапсами, метод статистической обработки результатов, приводятся средние статистические значения для всех образов и всех уровней помех от 1 до 10 при разных способах обучения. Произведено сравнение методов обучения между собой, показавшее преимущество метода оптимизации над модифицированным методом Хебба и преимущество модифицированного метода Хебба над традиционным методом Хебба. Сравнение результатов моделирования сети из потоковых А-нейронов и из обычных потоковых нейронов показало, что эффективность потоковых А-нейронов зависит от способа обучения, в случае стандартного метода Хебба эффективность даже ухудшается. В случае модифицированного метода Хебба и при оптими-

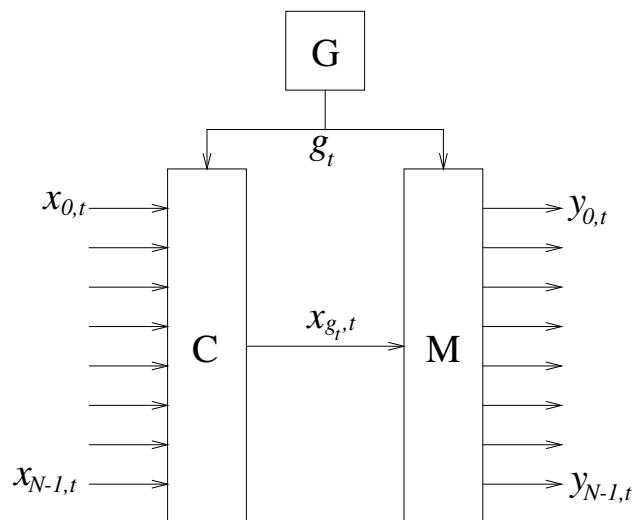


Рис. 3. Структура схемы ДПФ

зационном обучении потоковые А-нейроны показывают лучшие результаты по сравнению с обычными потоковыми нейронами.

В главе 5 рассматривается модель устройства, выполняющего дискретное преобразование Фурье и использующего потоковое представление информации.

Схема этого цифрового устройства состоит из небольшого количества простых логических элементов, сумматоров и нескольких генераторов случайных чисел. Это обеспечивает низкую стоимость аппаратной реализации.

Предлагается представление комплексных чисел в виде стохастических потоков, дается описание схемотехнической модели устройства ДПФ, приводится обоснование, результаты моделирования и сравнение с традиционной цифровой схемой.

В разделе 5.1 рассматривается представление комплексных чисел в виде стохастических потоков и кодирование таких потоков.

В разделе 5.2 описывается потоковое устройство дискретного преобразования Фурье и оценивается количество элементов аппаратной реализации.

Данное устройство, имеет $N = 2^n$ входов, на которые поступают последовательности, состоящие из значений $\exp \frac{i2\pi k}{N}$, закодированных значениями $k \in \{0, \dots, N - 1\}$. Последовательности генерируются случайным образом так, чтобы среднее значение было равно значению функции в соответствующей точке. Имеется также N выходов, на которые подаются аналогичные последовательности, среднее значение которых равно дискретному спектру Фурье в соответствующей точке. Входные значения обозначены $X_{i,t}$, выходные значения — $Y_{k,t}$. Их соответствующие коды обозначены $x_{i,t}$ и $y_{k,t}$.

На рис. 3 буквой G обозначен равномерный генератор последовательности случайных чисел g_t из множества $H = \{0, \dots, N - 1\}$.

Устройство выбора С принимает на входе N кодов $x_{i,t}$, номер $g_t \in H$ и выдает $x_{g_t,t}$.

Устройство умножения М принимает на входе код $x_{g_t,t}$ и номер $g_t \in H$ и выдает N кодов $y_{k,t}$:

$$y_{k,t} = (x_{g_t,t} + g_t k) \bmod N \quad (3)$$
$$k \in H.$$

Устройство умножения содержит N сложений и умножения на константы $k \in H$. Умножения на константы можно заменить сложениями, причем количество сложений равно $N - 1$.

Один такт работы схемы, обозначенный t , можно описать следующим образом:

- 1) получается число g_t от генератора G, которое подается на устройства С и М;
- 2) производится выбор кода $x_{g_t,t}$ из входных последовательностей;
- 3) код $x_{g_t,t}$ передается на умножитель М, где параллельно получают коды $y_{k,t}$ в соответствии с (3);
- 4) на входы подаются следующие коды значений входных последовательностей, и процесс повторяется.

В разделе 5.3 приводится доказательство следующей теоремы.

Теорема. Пусть последовательность g_t и последовательности $X_{n,t}$ независимы для всех $n \in H$. Тогда последовательности $Y_{k,t}$, полученные в данной схеме, будут иметь средние значения, равные $1/N$ спектра Фурье.

В разделе 5.4 рассматривается скорость сходимости среднего значения выходных последовательностей.

В разделе 5.5 приводится описание эксперимента на имитационной модели устройства ДПФ. Моделирование подтвердило работоспособность данного устройства.

В разделе 5.6 производится сравнение потокового устройства ДПФ с цифровым полностью параллельным устройством, использующим граф соединений быстрого ДПФ.

Основные результаты и выводы

В настоящей работе предложены новые модели устройств, работающих со средним значением стохастического потока: нейрона; нейрона с альтернативными синапсами; устройства, выполняющего дискретное преобразование Фурье. Данные устройства состоят из небольшого количества простых логических элементов, ячеек памяти и содержат небольшое количество генераторов случайных чисел. Это делает их привлекательными для аппаратной реализации.

Построены математические модели данных устройств и получены основные характеристики распределения состояния нейрона и выходов устройства, выполняющего ДПФ. Доказана работоспособность разработанных устройств.

Для потоковых нейронов предложены два метода обучения: модифицированный метод Хебба и метод оптимизации приближенной функции ошибки.

Для исследования данных устройств и методов обучения была создана программная имитационная модель, позволяющая проводить эксперименты с потоковыми схемами. На основе этой имитационной модели было проведено сравнение методов обучения нейронов, результаты экспериментов подтвердили работоспособность всех трех устройств.

Публикации автора по теме диссертации

- [1] Лукьянов А. В. *Представление комплексных чисел в потоковой форме* // Сборник «Моделирование и анализ информационных систем». Ярославль, 1996. № 3. С. 57-61.
- [2] Лукьянов А. В. *Схемотехническая модель преобразования Фурье, работающая со средним значением стохастического потока* // Сборник «Моделирование и анализ информационных систем». Ярославль, 1998. № 4. С. 123-133.
- [3] Лукьянов А. В. *Схемотехническая модель цифрового нейрона, работающая со средним значением стохастического потока* // Моделирование и анализ информационных систем. 1999. Т. 6, № 1. С. 29-35.
- [4] Лукьянов А. В. *Оптимизационное обучение цифрового нейрона, работающего со средним значением стохастического потока* // Моделирование и анализ информационных систем. 1999. Т. 6, № 2. С. 39-42.
- [5] Лукьянов А. В. *Потоковый нейрон с альтернативными синапсами* // Моделирование и анализ информационных систем. 2000. Т. 7, № 1. С. 6-15.
- [6] Лукьянов А. В. *Потоковый нейрон с альтернативными синапсами.* // VIII Всероссийский семинар «Нейроинформатика и ее приложения», материалы семинара. Красноярск. 2000.
- [7] Лукьянов А. В. *Схемотехническая модель цифрового нейрона, работающая со средним значением стохастического потока* // Микроэлектроника. 2001. № 1. (в печати)

Заказ _____. Тираж 100.
Отпечатано на ризографе в Ярославском государственном
университете им. П. Г. Демидова
150000, г. Ярославль, ул. Советская, 14.