

*На правах рукописи*

*Фун*

**Дунаева Ольга Александровна**

**ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ СИНАПТИЧЕСКОГО  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИМПУЛЬСНЫХ НЕЙРОНОВ С  
ЗАПАЗДЫВАНИЕМ**

Специальность 05.13.18 — математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Ярославль – 2011

Работа выполнена на кафедре дискретного анализа Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова

**Научный руководитель** – доктор физико-математических наук, профессор  
Бондаренко Владимир Александрович

**Официальные оппоненты:** доктор физико-математических наук,  
старший научный сотрудник  
Козякин Виктор Сергеевич  
доктор физико-математических наук, профессор  
Бережной Евгений Иванович

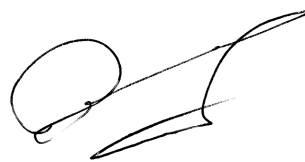
**Ведущая организация** – Учреждение Российской академии наук  
«Научно-исследовательский институт системных исследований РАН»

Защита состоится «\_\_» января 2012 г. в \_\_ часов на заседании диссертационного совета Д 212.002.05 при Ярославском государственном университете имени П.Г. Демидова по адресу: 150000, г. Ярославль, ул. Советская, д. 14.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Ярославского государственного университета имени П.Г. Демидова по адресу: 150000, г. Ярославль, ул. Полушкина роща, д. 1.

Автореферат разослан «\_\_» декабря 2011 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Глызин С.Д.

# Общая характеристика работы

## Актуальность работы

Нейросетевой подход к исследованию нервной системы состоит в построении и изучении искусственных нейронных сетей — систем обработки информации, в которых воплощены некоторые из известных принципов функционирования нервной системы. При построении искусственных нейронных сетей используется широкий спектр моделей биологического нейрона различного уровня детализации — от простейших пороговых сумматоров до моделей, воспроизводящих динамику процессов ионного транспорта, происходящих в мембране биологического нейрона. В рамках нейросетевого подхода было выяснено, что уже в простейших нейронных системах реализуются многие высокоуровневые психологические феномены такие как память, обобщение, запоминание и забывание информации. Одновременно имеющийся опыт успешного применения нейросетевых устройств и алгоритмов обработки информации к задачам распознавания образов демонстрирует эффективность и практическую ценность нейросетевого подхода.

В последнее время активно исследуются *импульсные модели нейрона*, занимающие промежуточное положение между моделями, моделирующими ионный механизм генерации спайка и простыми моделями, отражающими только базовые свойства биологического нейрона. Импульсные модели на качественном уровне воспроизводят генерацию спайка и реакцию нейрона на внешнее воздействие, не моделируя протекающие при этом электрохимические процессы или моделируя их только в самых общих чертах. Было предложено большое количество феноменологических импульсных моделей нейрона, отражающих те или иные особенности динамики биологического нейрона<sup>1</sup>. В начале 1990-х годов в работах В.В. Майорова, И.Ю. Мышкина и С.А. Кащенко была предложена феноменологическая импульсная модель нейрона-автогенератора, основанная на использовании дифференциального уравнения с запаздыванием. Эта модель хорошо согласуется с биологическими данными, достаточно проста и допускает аналитическое исследование. В цикле работ В.В. Майорова и С.А. Кащенко была построена асимптотика решения уравнения импульсного нейрона и показано, что нейрон генерирует короткие высокоамплитудные спайки, разделенные про-

---

<sup>1</sup>Izhikevich, E. M. Which model to use for cortical spiking neurons? / E. M. Izhikevich // *IEEE Transactions on neural networks*. — 2004. — Vol. 15, No. 5. — Pp. 1063–1070.

межутками медленного изменения мембранного потенциала. В этих работах была также предложена модель синаптического взаимодействия импульсных нейронов и рассмотрены разнообразные волновые режимы в кольцевых нейронных структурах, включая режимы синхронизации колебаний, моделирующие процессы запоминания и хранения информации. Также была решена задача синтеза импульсной нейронной сети, генерирующей периодические последовательности импульсов с заданными межспайковыми расстояниями.

Настоящая работа посвящена дальнейшему исследованию динамики синаптического взаимодействия импульсных нейронов-автогенераторов, основанных на уравнении с запаздыванием. В работе предложена модель химического синапса с ограниченным интервалом чувствительности (Bounded Sensitivity synapse, BS-синапс), на основе которой смоделирован сумматор, и модификация этой модели (Modified synapse with Bounded Sensitivity, MBS-синапс), на базе которой смоделирован нейрон с кусочно линейной функцией активации. При этом используется гипотеза об импульсном кодировании информации, которая позволяет в рамках импульсной нейронной сети воспроизвести процессы обработки информации, характерные для классических нейронных сетей.

Исследование нейронных сетей — одна из перспективных областей современной прикладной математики, конечной целью которой является достижение понимания механизмов работы мозга. В настоящее время в центре внимания исследователей находятся импульсные нейронные сети, позволяющие моделировать процессы обработки информации, протекающие в нервной системе за время, сравнимое с временем генерации нейроном одного импульса. Актуальность данной работы определяется тем, что она посвящена исследованию синаптического взаимодействия в импульсных нейронных сетях, построенных на базе биологически правдоподобной модели нейрона.

## **Цель работы**

В работе рассмотрены задачи конструирования импульсных аналогов классических нейросетевых архитектур. Традиционный способ реализации классических нейросетевых архитектур на основе нейронных сетей, состоящих из биологически правдоподобных модельных нейронов, связан с использованием частотного кодирования информации. При этом получают нейронные сети, в ко-

торых один такт обработки входной информации занимает время, во много раз превышающее время генерации нейроном единичного импульса, что противоречит экспериментальным данным о времени реакции нервной системы на входной стимул<sup>2</sup>. По этой причине в данной работе при конструирования импульсных аналогов классических нейросетевых архитектур используется импульсное кодирование информации, при котором длительность одного такта обработки входной информации оказывается сравнимой с временем генерации нейроном единичного импульса. Аналогичная задача в ряде работ была решена с использованием простейших импульсных моделей нейрона, не обладающих свойством биологической реалистичности<sup>3</sup>. В данной работе задача построения импульсных аналогов классических нейросетевых архитектур решается с использованием импульсной модели биологического нейрона, обладающей высокой степенью биологической реалистичности.

Таким образом, конечной целью работы является разработка принципов конструирования импульсных аналогов классических нейросетевых архитектур на базе биологически реалистичной импульсной модели нейрона при использовании импульсного кодирования информации. Для решения поставленной задачи автором предложены две новые модели синаптического взаимодействия импульсных нейронов с запаздыванием, позволяющие воспроизвести процедуру взвешенного суммирования и применения функции активации с насыщением. На основе предложенных моделей разработан импульсный аналог нелинейного нейрона МакКаллока–Питца, позволяющий строить импульсные нейросетевые архитектуры, воспроизводящие работу классических нейронных сетей.

## Методы исследования

Основным методом исследования является метод большого параметра, предложенный в работах С.А. Кащенко<sup>4</sup>. При получении асимптотической оценки длительности спайка изолированного нейрона и латентного периода нейрона при синаптическом взаимодействии используются методы, связанные с построением асимптотических разложений для несобственных интегралов.

---

<sup>2</sup> Maass, W. Fast sigmoidal networks via spiking neurons / W. Maass // *Neural Computation*. — 1997. — Vol. 9. — Pp. 279–304.

<sup>3</sup>См., например, работу, ссылка на которую приведена в сноске 2.

<sup>4</sup>Кащенко, С. А. Об установившихся режимах уравнения Хатчинсона с диффузией / С. А. Кащенко // *Доклады АН СССР*. — 1987. — Т. 292, № 2. — С. 327–330.

## Научная новизна

Научная новизна работы состоит в следующем:

- Предложены новые модели синаптического взаимодействия импульсных нейронов с запаздыванием, позволяющие в рамках нейронных сетей с импульсным кодированием информации, состоящих из биологически реалистичных модельных нейронов, воспроизвести процедуру взвешенного суммирования и применения функции активации с насыщением. Для предложенных моделей проведено исследование процессов синаптического взаимодействия импульсных нейронов с запаздыванием и получены асимптотические формулы, описывающие процесс взаимодействия.
- Предложен импульсный аналог нелинейного нейрона МакКаллока–Питца, на основе которого построены импульсные нейросетевые архитектуры, использующие импульсное кодирование информации, состоящие из биологически реалистичных модельных нейронов и воспроизводящие работу многослойного перцептрона и рекуррентной сети Хопфилда.

## Положения, выносимые на защиту

1. Получены оценки длительности спайка и латентного периода импульсного нейрона, имеющие первый порядок точности по величине, обратной к значению большого параметра.
2. Предложена модель BS-синапса, получены асимптотические формулы, описывающие результат воздействия на нейрон с BS-синапсами произвольного числа пресинаптических нейронов и показано, что нейрон с BS-синапсами способен вычислять взвешенную сумму своих входов.
3. Предложена модель химического MBS-синапса, для которой получена асимптотическая формула для интервала чувствительности и показано, что нейрон с MBS-синапсом способен моделировать функцию активации с насыщением.
4. Описана конструкция импульсных нейросетевых архитектур, использующих импульсное кодирование информации, состоящих из биологически реалистичных модельных нейронов и воспроизводящих динамику нелинейного нейрона МакКаллока–Питца, многослойного перцептрона и рекуррентной сети Хопфилда.

## **Теоретическая и практическая ценность**

Работа носит теоретический характер. Ее результаты могут быть использованы при исследовании процессов синаптического взаимодействия импульсных нейронов в нейронных сетях, состоящих из осцилляторных элементов, описываемых уравнением с запаздыванием. Описанные в работе модели синаптического взаимодействия импульсных нейронов могут быть использованы в качестве основы при разработке импульсных нейросетевых моделей процессов запоминания и обработки информации в нервной системе. Предложенный в работе импульсный аналог нейрона МакКаллока–Питца может быть использован для построения широкого спектра импульсных аналогов классических нейронных сетей.

## **Апробация работы**

Результаты работы были доложены на семинарах «Моделирование и исследование нейронных сетей», «Нелинейная динамика и синергетика» в Ярославском государственном университете им. П.Г. Демидова и представлены на следующих конференциях:

XII Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2010» (Москва, 2010); Конференция «Наукоемкие информационные технологии» (Переславль–Залесский, 2010); XIII Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2011» (Москва, 2011).

## **Публикации**

По теме диссертации опубликовано 9 статей, в том числе 5 в изданиях из списка ВАК. Одна работа выполнена в нераздельном соавторстве, во всех остальных случаях в диссертацию включены результаты, полученные лично автором.

## **Структура и объем работы**

Работа состоит из четырех глав (первая из которых является вводной), заключения, списка литературы и приложения. Объем работы составляет 118 страниц, она содержит 6 иллюстраций.

## **Краткое содержание работы**

**В первой главе** дан общий обзор предметной области (искусственные нейронные сети), обосновывается актуальность рассмат-

риваемой в работе тематики (импульсные нейронные сети), определяются цели и задачи исследования, формулируется научная новизна и практическая значимость работы, перечисляются основные положения, выносимые на защиту. Также в первой главе кратко охарактеризованы основные модели биологического нейрона и модельные представления, относящиеся к кодированию информации в нервной системе, дан обзор импульсных нейросетевых моделей.

**Во второй главе** рассмотрена модель импульсного нейрона, основанная на уравнении с запаздыванием. Получены оценки длительности спайка и латентного периода, имеющие первый порядок точности по величине, обратной к значению большого параметра.

Биологически правдоподобная модель импульсного нейрона на основе уравнения с запаздыванием была предложена В.В. Майоровым и И.Ю. Мышкиным в 1990 году<sup>5</sup>. В этой модели динамика мембранного потенциала  $u(t)$  описывается следующим уравнением:

$$\dot{u} = \lambda [f_K(u(t-1)) - f_{Na}(u(t)) - 1] u(t), \quad (1)$$

где  $\lambda > 0$  — большой параметр, определяющий скорость процессов поляризации-деполяризации мембраны нейрона;  $f_{Na}(u)$  и  $f_K(u)$  — гладкие положительные функции, монотонно стремящиеся к нулю при  $u \rightarrow \infty$ . Всюду далее будем считать выполненным условие неустойчивости нулевого состояния равновесия нейрона:

$$\alpha = f_K(0) - f_{Na}(0) - 1 > 0. \quad (2)$$

Начальная функция для уравнения (1) выбирается из множества

$$S = \{ \varphi \in C[-1, 0] : \lambda^{-1} \exp(2\lambda\alpha s) \leq \varphi(s) \leq \lambda^{-1} \exp(\lambda\alpha s/2) \}. \quad (3)$$

Функции  $f_{Na}(u)$  и  $f_K(u)$ , описывающие зависимость проводимости мембраны нейрона от мембранного потенциала, определяют свойства нейрона как нелинейной электрохимической системы<sup>6</sup>. Наличие в уравнении (1) постулируемого запаздывания калиевой проводимости по отношению к натриевой делает данную модель феноменологической. Тем не менее, важно отметить, что рассматриваемая модель описывает протекающие в мембране нейрона процессы ионного обмена и хорошо согласуется с экспериментальными данными.

<sup>5</sup> Майоров, В. В. Математическое моделирование нейронной сети на основе уравнений с запаздыванием / В. В. Майоров, И. Ю. Мышкин // *Математическое моделирование*. — 1990. — Т. 2, № 11. — С. 64–76.

<sup>6</sup> Кащенко, С. А. Модели волновой памяти / С. А. Кащенко, В. В. Майоров. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. — 288 с.



Приведем основные результаты<sup>7</sup>, касающиеся свойств решения уравнения (1). Решение уравнения для изолированного нейрона оказывается периодическим и имеющим импульсную структуру. Моменты начала и конца импульса (спайка) естественно связать с моментами, когда мембранный потенциал  $u(t)$  пересекает значение  $\lambda^{-1}$  с положительной и отрицательной скоростью соответственно. Для длительности импульса  $T_1$  и периода  $T_2$  генерации импульсов имеют место следующие асимптотические оценки нулевого порядка точности:  $T_1 = T_{10} + o(1)$ ,  $T_2 = T_{20} + o(1)$ , где  $T_{10} = 1 + \alpha_1$ ,  $T_{20} = T_1 + 1 + \alpha_2/\alpha$ ,  $\alpha_1 = f_K(0) - 1$  и  $\alpha_2 = f_{Na}(0) + 1$ . Также была получена<sup>8</sup> асимптотическая оценка  $T_{21}$  периода  $T_2$  имеющая первый порядок точности по величине, обратной к значению большого параметра  $\lambda$ , т.е.  $T_2 = T_{21} + o(\lambda^{-1})$ . Отметим, что С.Д. Глызиным с помощью более сложной техники была построена<sup>9</sup> оценка периода, которая имеет экспоненциальную точность.

Следующая лемма дает асимптотическую оценку первого порядка точности для длительности спайка.

**Лемма 1.** Пусть дважды непрерывно дифференцируемые положительные функции  $f_{Na}(u)$  и  $f_K(u)$  монотонно убывают и при  $u \rightarrow \infty$  стремятся к нулю быстрее, чем  $O(u^{-1})$ , т.е. найдется такое  $\varepsilon > 0$ , что при  $u \rightarrow \infty$  выполнены соотношения  $f_{Na}(u) = O(u^{-1-\varepsilon})$ ;  $f_K(u) = O(u^{-1-\varepsilon})$ . Пусть также выполнены соотношения  $f'_{Na}(0) = f'_K(0) = 0$ . Тогда при  $\lambda \rightarrow \infty$  для решения  $u(t)$  уравнения (1) с начальной функцией  $\varphi \in S$  для длительности спайка  $T_1$  имеют место следующие асимптотические равенства:  $T_1 = T_{11} + o(\lambda^{-1})$ , где  $T_{11} = T_{10} + \Delta T_1$ ,  $T_{10} = 1 + \alpha_1$  и

$$\begin{aligned} \Delta T_1 = & \frac{\ln \lambda}{\lambda} (\alpha^{-1} + \alpha_2^{-1}) - \lambda^{-1} \int_0^1 \frac{f_{Na}(u) - f_{Na}(0)}{\alpha_2 [1 + f_{Na}(u)]} \frac{du}{u} + \\ & + \lambda^{-1} \int_0^1 \frac{[f_K(u) - f_K(0)]\alpha + [f_{Na}(u) - f_{Na}(0)]}{\alpha [\alpha_1 - f_{Na}(u)]} \frac{du}{u} + \\ & + \int_1^\infty \frac{f_K(u) + f_{Na}(u)[f_K(u) - f_K(0)]}{[\alpha_1 - f_{Na}(u)][1 + f_{Na}(u)]} \frac{du}{u}. \end{aligned}$$

<sup>7</sup>См. сноску 6 на странице 8.

<sup>8</sup>Майоров, В. В. Поправка к периоду решения уравнения, моделирующего динамику мембранного потенциала нейрона / В. В. Майоров, М. Л. Мячин, И. В. Парамонов // *Моделирование и анализ информационных систем.* — 2008. — Т. 15, № 2. — С. 61–66.

<sup>9</sup>Глызин, С. Д. Релаксационные колебания электрически связанных нейроподобных осцилляторов с запаздыванием / С. Д. Глызин // *Моделирование и анализ информационных систем.* — 2010. — Т. 17, № 2. — С. 28–47.

В работах С.А. Кашенко и В.В. Майорова<sup>10</sup> была предложена следующая модель химического взаимодействия импульсных нейронов:

$$\dot{u} = \lambda [-1 - f_{Na}(u) + f_K(u(t-1)) + \chi[u, v](t)] u. \quad (4)$$

Здесь функционал  $\chi[u, v]$  определяет влияние пресинаптического нейрона с потенциалом  $v(t)$  на динамику мембранного потенциала  $u(t)$  постсинаптического нейрона и имеет следующий вид:

$$\chi[u, v](t) = \alpha g \Theta(v - \lambda^{-1}) \Theta(\lambda^{-1} - u) \Theta(\lambda^{-1} - u(t-1)) \Theta(u - u_*).$$

Синаптический вес  $g$  характеризует эффективность синапса, а множитель  $\Theta(v(t) - \lambda^{-1})$  определяет условие наличия воздействия со стороны пресинаптического нейрона, т.е. время воздействия совпадает с продолжительностью спайка пресинаптического нейрона. Остальные сомножители гарантируют нечувствительность нейрона к синаптическому воздействию (рефрактерность) во время спайка нейрона и до момента времени когда потенциал постсинаптического нейрона достигнет порогового значения  $u_*$ . Предполагается, что пороговое значение  $u_*$  согласовано с параметром  $\lambda$ :  $u_* = \lambda^{-1} \exp(-\lambda p)$ , где  $0 < p < \alpha_2 - \varepsilon$  при некотором малом положительном  $\varepsilon$ . Для продолжительности  $T_R$  рефрактерного периода имеет место следующая оценка:  $T_R = T_{21} - p/\alpha + o(\lambda^{-1})$ .

Задержка возникновения индуцированного спайка (латентный период) определяется величиной  $Q(t_v, g) = t_s - t_v$ , где  $t_s$  — момент начала индуцированного спайка, а  $t_v$  — момент начала синаптического воздействия. Следующая теорема дает асимптотическую оценку первого порядка точности для латентного периода нейрона.

**Теорема 1.** *Если в уравнении (4) функции  $f_{Na}(u)$  и  $f_K(u)$  удовлетворяют условиям леммы 1, то при  $\lambda \rightarrow \infty$  асимптотическая оценка  $\tilde{Q}(t_v, g)$  точности  $o(\lambda^{-1})$  для величины  $Q(t_v, g)$  зависит от веса  $g$  и знака функции  $\rho(g) = T_{21} - T_R - T_{11}(1 + g)$ .*

При  $g > -1$ ,  $\rho(g) > 0$  имеют место формулы

$$\begin{aligned} \tilde{Q}(t_v, g) &= T_{21} - t_v, & t_v &\in [0, T_R - T_{11}], \\ \tilde{Q}(t_v, g) &= T_{21} - t_v - g(t_v + T_{11} - T_R), & t_v &\in [T_R - T_{11}, T_R], \\ \tilde{Q}(t_v, g) &= T_{21} - t_v - gT_{11}, & t_v &\in [T_R, T_R + \rho(g)], \\ \tilde{Q}(t_v, g) &= (T_{21} - t_v)/(1 + g), & t_v &\in [T_R + \rho(g), T_{21}], \end{aligned}$$

<sup>10</sup>Кашенко, С. А. Модель адаптации кольцевых нейронных ансамблей / С. А. Кашенко, В. В. Майоров // Радиотехника и Электроника. — 1998. — Т. 43, № 11. — С. 1–7.

а при  $g > -1$ ,  $\rho(g) < 0$  формулы принимают вид

$$\begin{aligned}\tilde{Q}(t_v, g) &= T_{21} - t_v, & t_v &\in [0, T_R - T_{11}], \\ \tilde{Q}(t_v, g) &= T_{21} - t_v - g(t_v + T_{11} - T_R), & t_v &\in [T_R - T_{11}, T_R + \rho_1(g)], \\ \tilde{Q}(t_v, g) &= (T_{21} + gT_R)/(1 + g) - t_v, & t_v &\in [T_R + \rho_1(g), T_R], \\ \tilde{Q}(t_v, g) &= (T_{21} - t_v)/(1 + g), & t_v &\in [T_R, T_{21}],\end{aligned}$$

где  $\rho_1(g) = \rho(g)/(1 + g)$ .

При  $g \leq -1$  имеем следующие асимптотические равенства:

$$\begin{aligned}Q(t_v, g, \varphi) &= T_{21} - t_v, & t_v &\in [0, T_R - T_{11}], \\ Q(t_v, g, \varphi) &= T_{21} - t_v - g(t_v + T_{11} - T_R), & t_v &\in [T_R - T_{11}, T_R], \\ Q(t_v, g, \varphi) &= T_{21} - t_v - gT_{11}, & t_v &\in [T_R, T_{21}].\end{aligned}$$

Точность полученной оценки латентного периода была проверена численно. Результаты численного счета показали, что уже при не слишком больших значениях параметра  $\lambda$  полученная в теореме 1 оценка первого приближения для латентного периода оказывается существенно точнее оценки нулевого приближения.

**В третьей главе** рассмотрены альтернативные модели химического взаимодействия импульсных нейронов — модель BS-синапса (Bounded Sensitivity synapse, синапс с ограниченным интервалом чувствительности) и модель MBS-синапса (Modified synapse with Bounded Sensitivity, модифицированный синапс с ограниченным интервалом чувствительности). Показано, что при использовании импульсного кодирования информации нейрон с BS-синапсами реализует суммирование входных сигналов, а нейрон с MBS-синапсами в случае одного внешнего синаптического воздействия моделирует функцию активации с насыщением.

Динамика мембранного потенциала импульсного нейрона с BS-синапсами или BS-нейрона описывается следующим уравнением:

$$\dot{u} = \lambda [-1 - f_{\text{Na}}(u(t)) + f_{\text{K}}(u(t-1)) + \bar{\chi}[u, w](t)] u(t). \quad (5)$$

Функционал  $\bar{\chi}[u, w]$  определяет влияние суммарного внешнего синаптического воздействия  $w(t)$ :

$$\bar{\chi}[u, w](t) = \alpha w(t) \Theta(u(t - T_S) - \lambda^{-1}).$$

Здесь  $T_S$  — момент начала интервала чувствительности нейрона к внешнему воздействию. Параметр  $T_S$  удовлетворяет ограничению:

$$T_1 + 1 + \varepsilon_* < T_S < T_2 - T_1 - \varepsilon_*, \quad (6)$$

где  $\varepsilon_* > 0$  некоторое фиксированное число, не зависящее от параметра  $\lambda$ . Множитель  $\Theta(u(t - T_S) - \lambda^{-1})$  гарантирует, что чувствительность к внешнему воздействию имеет место только на промежутке  $[T_S, T_S + T_1]$ . Если на постсинаптический нейрон воздействует  $N$  пресинаптических нейронов с мембранными потенциалами  $v_j(t)$ , то для суммарного синаптического воздействия  $w(t)$  будем использовать следующую формулу:

$$w(t) = \sum_{j=1}^N g_j \Theta(v_j(t - \Delta_j) - \lambda^{-1}). \quad (7)$$

Параметр  $g_j$  характеризует эффективность  $j$ -го синапса, множитель  $\Theta(v_j(t - \Delta_j) - \lambda^{-1})$  определяет условие наличия воздействия со стороны  $j$ -го пресинаптического нейрона, а  $\Delta_j$  — задержка на синапсе, которую везде в дальнейшем будем считать нулевой, если противное не оговорено явно.

Для BS-нейрона имеет место следующее основное утверждение:

**Теорема 2.** Пусть нейрон с мембранным потенциалом  $u(t)$  описывается уравнением (5), в котором  $f_{Na}(u)$  и  $f_K(u)$  — гладкие положительные функции, монотонно стремящиеся к нулю при  $u \rightarrow \infty$  и удовлетворяющие условию (2), начальная функция выбирается из множества (3), для параметра  $T_S$  выполнено условие (6), а функция  $w(t)$  задается формулой (7). Пусть также моменты начала спайков всех пресинаптических нейронов приходятся на интервал  $[T_S, T_S + T_1]$  чувствительности постсинаптического нейрона и ни один пресинаптический нейрон не выходит на этом интервале из состояния генерации спайка, а для весов выполнено неравенство

$$\sum_{i=1}^N |g_i| < \frac{T_2 - T_S - T_1 - \varepsilon^*}{T_1}, \quad (8)$$

где  $\varepsilon^* > 0$  не зависит от значения параметра  $\lambda$ . Тогда, если BS-нейрон сгенерировал импульс в момент времени  $\psi = o(1)$ , то при достаточно большом значении параметра  $\lambda$  BS-нейрон сгенерирует очередной импульс в момент времени  $t_{sp} = T_2 - \Delta t$ , где

$$\Delta t = \sum_{i \in A} g_i (T_S + T_1 - t_i) + \mu(\lambda),$$

а  $\mu(\lambda) = o(1)$  функция, стремящаяся к нулю при  $\lambda \rightarrow \infty$  равномерно относительно выбора начальной функции  $\varphi \in S$ .

При импульсном кодировании в качестве носителя информации используются индивидуальные моменты спайков нейронов. Пусть на входы импульсного нейрона в моменты времени  $t_i$  поступают входные импульсы, а ответный импульс генерируется в момент времени  $t_{sp}$ . Соответствие между указанными моментами времени и значениями  $p_i$  числовых входов импульсного нейрона и его числового выхода  $q$  устанавливается следующим определением:

**Определение 1.** Импульсным  $(P, Q, \beta)$ -кодированием назовем взаимно однозначное соответствие между моментами времени  $t_i$ ,  $t_{sp}$  и значениями  $p_i$ ,  $q$  числовых входов и числового выхода, заданное следующими формулами:

$$\beta p_i = t_i - (t_* + P), \quad \beta q = t_{sp} - (t_* + Q).$$

где  $t_*$  — момент начала предыдущего спайка нейрона, а  $P$  и  $Q$  — фиксированные числа, задающие положение точек отсчета относительно момента  $t_*$ .

Следующая теорема показывает, что с помощью BS-нейрона можно смоделировать работу взвешивающего сумматора.

**Теорема 3.** Пусть на BS-нейрон воздействуют  $N$  пресинаптических нейронов с весами  $g_i$ , для которых выполнено неравенство

$$\sum_{i=1}^N |g_i| \leq 1 - \varepsilon_{bs}, \quad (9)$$

где  $\varepsilon_{bs}$  — некоторое положительное число, не зависящее от  $\lambda$ , длительность спайка пресинаптических нейронов равна  $T_1$ , а параметры нейрона удовлетворяют условию

$$T_2 > T_S + 3T_1. \quad (10)$$

Пусть также у нейрона имеется  $(N + 1)$ -й дополнительный вход  $p_{N+1} = 0$  с весом  $g_{N+1} = \sum_{i=1}^N g_i$ . Если на входы BS-нейрона подаются значения  $p_i \in [-\gamma, \gamma]$ , то при использовании  $(P', Q', \beta')$ -кодирования, где

$$P' = T_S + T_1/2, \quad Q' = T_2, \quad \beta' = T_1/2\gamma, \quad (11)$$

BS-нейрон будет работать как взвешивающий сумматор, т.е. будет выполнено равенство  $q = \sum_{i=1}^N p_i g_i + \mu(\lambda)$ , где  $\mu(\lambda) = o(1)$ , а выход  $q$  будет лежать на интервале  $[-\gamma, \gamma]$ .

Явление насыщения может быть реализовано при использовании модели импульсного нейрона с MBS-синапсами или MBS-нейрона, динамика мембранного потенциала которого описывается следующим уравнением:

$$\dot{u} = \lambda \left[ -1 - f_{\text{Na}}(u(t)) + f_{\text{K}}(u(t-1)) + \sum_{j=1}^N \bar{\chi}_{a_j, b_j}[u, v_j](t) \right] u(t).$$

Функционал  $\bar{\chi}_{a_j, b_j}[u, v_j]$  определяет влияние  $j$ -го синапса:

$$\bar{\chi}_{a_j, b_j}[u, v_j](t) = \alpha g_j \Theta_{a_j, b_j}^\lambda(u(t - T_S), \dot{u}(t - T_S)) \Theta(v_j(t - \Delta_j) - \lambda^{-1}),$$

где

$$\Theta_{a, b}^\lambda(u, \dot{u}) = \begin{cases} 1, & u > \exp(\lambda a), \dot{u} \geq 0 \\ 1, & u > \exp(\lambda b), \dot{u} \leq 0 \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Уровни активации  $a_j, b_j$  MBS-синапса определяют его интервал чувствительности.

Следующая лемма демонстрирует влияние параметров  $a, b$  на интервал чувствительности MBS-нейрона.

**Лемма 2.** Пусть для  $a$  и  $b$  при некотором положительном  $\varepsilon < 1$  выполнены неравенства

$$\varepsilon < a, b < \alpha_1(1 - \varepsilon). \quad (12)$$

Тогда при достаточно больших значениях параметра  $\lambda$  MBS-синапс будет чувствителен к внешнему синаптическому воздействию на интервале времени  $[T_S + X, T_S + T_1 - Y]$ , где  $X = a/\alpha_1 + \mu_x(\lambda)$ ,  $Y = b + \mu_y(\lambda)$  и  $\mu_x(\lambda) = o(1)$ ,  $\mu_y(\lambda) = o(1)$ .

Отметим, что BS-синапс является частным случаем MBS-синапса при  $a_j = b_j = -\ln \lambda/\lambda$ , а при  $a = \alpha_1 b$  интервал чувствительности MBS-синапса симметричен относительно точки  $T_S + T_1/2$ .

Сформулируем теорему о воздействии на MBS-нейрон.

**Теорема 4.** Пусть на MBS-нейрон воздействует один пресинаптический нейрон с весом

$$g' < \frac{T_2 - (T_S + T_1 - Y) - \varepsilon'}{T_1 - X - Y},$$

где  $\varepsilon' > 0$  не зависит от значения параметра  $\lambda$ , а уровни активации MBS-синапса выбраны в соответствии с условиями леммы 2. Пусть MBS-нейрон генерирует импульс в момент времени  $\psi = o(1)$ , а пресинаптический нейрон генерирует спайк длительности  $T_1$ , начинающийся в момент времени  $t_{in} \in [T_S, T_S + T_1]$ . Если параметр  $T_S$  удовлетворяет условию (6), то при достаточно большом значении параметра  $\lambda$  MBS-нейрон сгенерирует следующий импульс в момент времени  $t_{sp} = T_2 - \Delta t' + \mu'(\lambda)$ , где  $\mu'(\lambda) = o(1)$  и

$$\Delta t' = \begin{cases} g'(T_1 - X - Y), & t_{in} \in [T_S, T_S + X], \\ g'(T_S + T_1 - Y - t_{in}), & t_{in} \in [T_S + X, T_S + T_1 - Y], \\ 0, & t_{in} \in [T_S + T_1 - Y, T_S + T_1]. \end{cases}$$

Следующая теорема показывает, что при определенных параметрах MBS-нейрон моделирует функцию активации с насыщением.

**Теорема 5.** Пусть на MBS-нейрон воздействует пресинаптический нейрон с весом

$$g' = \frac{T_1 - 2\varepsilon_{mbs}}{T_1 - X - Y}, \quad (13)$$

где  $\varepsilon_{mbs}$  — некоторое положительное число, не зависящее от  $\lambda$ , длительность спайка пресинаптического нейрона равна  $T_1$ , уровни активации MBS-синапса выбраны в соответствии с условиями леммы 2, а параметры MBS-нейрона удовлетворяют условию

$$T_2 - (T_S + T_1 - Y) \geq T_1. \quad (14)$$

Если на его вход подается значение  $p \in [-\gamma, \gamma]$ , то при использовании  $(P'', Q'', \beta'')$ -кодирования, где

$$P'' = T_S + T_1/2, \quad Q'' = T_2 - T_1/2 + \varepsilon_{mbs}, \quad \beta'' = T_1/2\gamma, \quad (15)$$

при достаточно большом значении параметра  $\lambda$  MBS-нейрон будет реализовывать функцию активации с насыщением  $q(p) =$

$f(p) + \mu'(\lambda)$ , где

$$f(p) = \begin{cases} -\gamma + \varepsilon_{mbs}/\beta'', & p \in [-\gamma, -\gamma + X/\beta''], \\ \gamma - \varepsilon_{mbs}/\beta'' + g'(p - \gamma + Y/\beta''), & p \in [-\gamma + X/\beta'', \gamma - Y/\beta''], \\ \gamma - \varepsilon_{mbs}/\beta'', & p \in [\gamma - Y/\beta'', \gamma], \end{cases} \quad (16)$$

и  $\mu'(\lambda) = o(1)$ , а выход  $q$  MBS-нейрона будет лежать на интервале  $[-\gamma, \gamma]$ .

Ясно, что функция активации MBS-нейрона при соответствующем выборе параметров может быть сделана симметричной.

**В четвертой главе** строится конструкция, которая состоит из импульсных нейронов и воспроизводит работу нелинейного нейрона МакКаллока–Питца с кусочно линейной функцией активации. Показано, что на основе этой конструкции могут быть построены импульсные нейронные сети, моделирующие работу многослойного перцептрона и рекуррентной сети Хопфилда.

Рассмотрим конструкцию, состоящую из последовательно соединенного BS-нейрона, реализующего взвешенное суммирование своих числовых входов и MBS-нейрона, реализующего применение ко входному числовому значению функции активации с насыщением. Отметим, что для обеспечения корректной работы BS-нейрона в качестве сумматора необходимо организовать подачу на него дополнительного  $(N + 1)$ -го числового входа. Также необходимо гарантировать корректную передачу импульса от BS-нейрона на MBS-нейрон и поддерживать возможность многократной обработки входной информации.

На рисунке 1 схематически изображено устройство *импульсного нелинейного нейрона МакКаллока–Питца*, воспроизводящего работу нелинейного нейрона МакКаллока–Питца. Дадим формальное определение конструкции импульсного нейрона МакКаллока–Питца.

**Конструкция 1** (Импульсный нелинейный нейрон МакКаллока–Питца). *Импульсный нейрон МакКаллока–Питца состоит из BS-нейрона, MBS-нейрона и дополнительного изолированного импульсного нейрона CLOCK. BS-нейрон, MBS-нейрон и нейрон CLOCK имеют одинаковые значения параметра  $T_1$ , но различные собственные (при отсутствии внешнего воздействия) периоды. Параметры BS-нейрона удовлетворяют условию (10), а его*



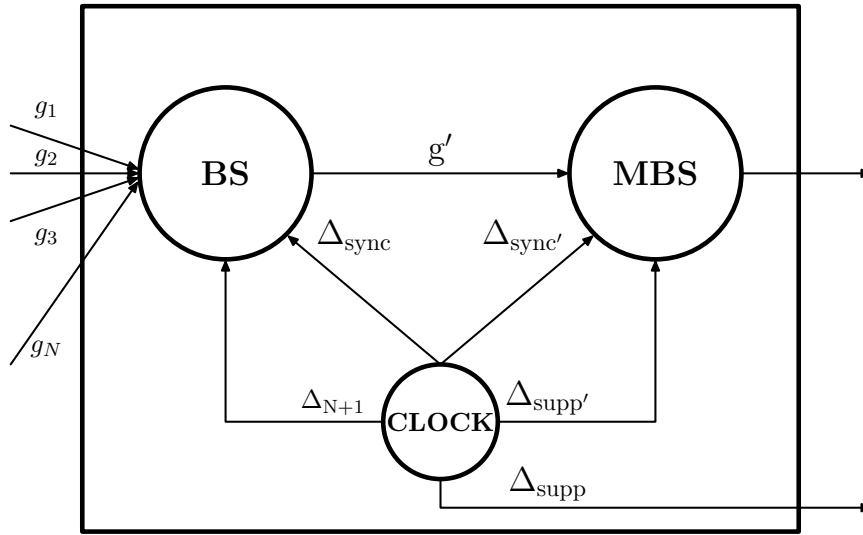


Рис. 1: Импульсный нелинейный нейрон МакКаллока–Питца

собственный период равен  $T_2$ . Параметры MBS-нейрона удовлетворяют условию (14), а его собственный период  $T'_2$  задается формулой

$$T'_2 = T_2 + T_1/4 - \varepsilon_{mbs}/2. \quad (17)$$

Период нейрона CLOCK равен длительности  $T$  рабочего такта импульсного нейрона МакКаллока–Питца:

$$T = 2T_2 + T_1/2. \quad (18)$$

Импульсный нейрон МакКаллока–Питца имеет  $N$  входов, которые одновременно являются входами BS-нейрона. Входы характеризуются весами  $g_i$ , причем для весов выполнено условие (9). Выход BS-нейрона связан с MBS-нейроном с весом  $g'$ , заданным равенством (13), а уровни активации синапса  $a'$ ,  $b'$  удовлетворяют условиям леммы 2. Будем говорить, что импульсный нейрон МакКаллока–Питца находится в начале такта, если в этот момент BS-нейрон генерирует импульс и рассогласование  $\Delta T'$  с MBS-нейроном задается соотношением

$$\Delta T' = T_2 - T'_S - T_1/2. \quad (19)$$

Нейрон CLOCK соединен с BS-нейроном двумя химическими BS-синапсами, условно обозначаемыми символами  $N + 1$  и  $sync$ . Связь  $N + 1$  характеризуется весом и задержкой на синапсе,

которые задаются соотношениями

$$\Delta_{N+1} = T_S + T_1/2, \quad g_{N+1} = \sum_{i=1}^N g_i, \quad (20)$$

а для связи *sync* эти соотношения имеют следующий вид:

$$\Delta_{sync} = T_2 + T_S - T_1/2, \quad g_{sync} = -1. \quad (21)$$

Также нейрон *CLOCK* соединен с *MBS*-нейроном двумя связями, условно обозначаемыми символами *sync'* и *supp'*. Связь *sync'* характеризуется весом, задержкой на синапсе и уровнями активации синапса, которые задаются соотношениями

$$\begin{aligned} \Delta_{sync'} &= T_2' - T_1 + \varepsilon_{mbs} + T_S' + \Delta T', & g_{sync'} &= -1, \\ a_{sync'} &= b_{sync'} = -\ln \lambda/\lambda, \end{aligned} \quad (22)$$

а для связи *supp'* эти соотношения имеют следующий вид:

$$\Delta_{supp'} = 0, \quad g_{supp'} = -g', \quad a_{supp'} = a', \quad b_{supp'} = b'. \quad (23)$$

Каждая связь импульсного нейрона МакКаллока–Питца с  $i$ -м постсинаптическим нейроном представляет собой пару связей — связь *MBS*-нейрона с весом  $g_{out}^i$  и связь нейрона *CLOCK* с весом  $g_{supp}$  и синаптической задержкой  $\Delta_{supp}$ , заданными соотношениями

$$\Delta_{supp} = \Delta T', \quad g_{supp} = -g_{out}^i. \quad (24)$$

Для кодирования информации на входах и выходе импульсного нейрона МакКаллока–Питца используется схема импульсного кодирования с параметрами

$$P = T_S + T_1/2, \quad Q = T_2' - T_1/2 + \varepsilon_{mbs} + \Delta T', \quad \beta = T_1/2\gamma,$$

а значения числовых входов  $p_i$  и выхода  $q$  импульсного нейрона МакКаллока–Питца принадлежат интервалу  $[-\gamma, \gamma]$ .

Подача на  $(N+1)$ -й вход *BS*-нейрона числового значения  $p_{N+1} = 0$  в конструкции 1 реализуется за счет синаптической связи с параметрами (20). В результате будет выполнена теорема 3 и *BS*-нейрон будет вычислять взвешенную сумму своих числовых входов  $p_i \in [-\gamma, \gamma]$ , причем для результата суммирования имеет место включение  $q \in [-\gamma, \gamma]$ .

Для корректной передачи импульса с BS-нейрона на MBS-нейрон необходимо чтобы интервал чувствительности MBS-нейрона совпадал с интервалом возможной генерации импульса BS-нейрона. В работе сформулирована и доказана лемма, которая показывает, что если рассогласование  $\Delta T'$  между нейронами задано соотношением (19), то вычисленный BS-нейроном результат суммирования будет корректно передан на вход MBS-нейрона.

Поскольку для MBS-нейрона в конструкции 1 выполнены условия теоремы 5, то он реализует применение к результату суммирования функции активации с насыщением и числовой выход импульсного нейрона МакКаллока–Питца будет соответствовать выходу нелинейного нейрона МакКаллока–Питца.

Функционирование импульсного нейрона естественным образом распадается на отдельные *такты*, на каждом из которых нейрон генерирует в точности один импульс. Отметим, что после *рабочего такта* импульсного нейрона МакКаллока–Питца, на котором производится обработка входной информации, рассогласование между BS-нейроном и MBS-нейроном может измениться. Для того, чтобы обеспечить возможность многократной обработки входной информации, вводится дополнительный *такт синхронизации*.

В работе доказана лемма, которая утверждает, что при подаче в определенный момент времени синхронизирующего импульса и при отсутствии другого внешнего воздействия нейрон на такте синхронизации сгенерирует импульс в момент времени, не зависящий от момента генерации импульса на рабочем такте.

В конструкции 1 подача синхронизирующего импульса на BS-нейрон происходит за счет связи *sync* с нейроном CLOCK с параметрами (21). Аналогичным образом на MBS-нейрон синхронизирующий импульс подается за счет связи *sync'* с параметрами (22).

Импульсы, сгенерированные нейронами на такте синхронизации, не несут полезной информации, но могут повлиять на постсинаптические нейроны. Подавление воздействия импульса BS-нейрона на такте синхронизации в конструкции 1 реализуется за счет связи *supp'* с параметрами (23). Отметим, что на рабочем такте подавляющие импульсы не оказывают влияния на MBS-нейрон.

Подавление импульса, который MBS-нейрон генерирует на такте синхронизации, осуществляется за счет связи нейрона CLOCK с постсинаптическим нейроном с параметрами (24). Эти соотношения гарантируют, что суммарное воздействие на постсинаптический нейрон на такте синхронизации будет равно нулю. На рабочем так-

те нейрон CLOCK не генерирует импульса и не оказывает влияния на постсинаптический нейрон.

Чтобы для импульсного нейрона МакКаллока–Питца обеспечить возможность многократной обработки входной информации, необходимо также гарантировать сохранение начального рассогласования  $\Delta T'$  между BS-нейроном и MBS-нейроном. Это рассогласование будет сохранено, если суммарная длительность рабочего такта и такта синхронизации для BS-нейрона окажется такой же, как и для MBS-нейрона. В работе сформулирована и доказана лемма, согласно которой параметры BS-нейрона и MBS-нейрона могут быть выбраны таким образом, что конструкция 1 через время  $T$  (см. (18)) вернется в исходное состояние и будет готова к обработке входной информации.

Сформулируем теперь основное утверждение относительно описанной конструкции импульсного нейрона МакКаллока–Питца.

**Теорема 6.** Пусть нелинейный нейрон МакКаллока–Питца имеет функцию активации (16) и его входы  $p_i$  лежат на интервале  $[-\gamma, \gamma]$ . Тогда если на вход импульсного нейрона МакКаллока–Питца подаются импульсы, кодирующие числовые значения  $p_i$ , то его числовой выход отличается от выхода нелинейного нейрона МакКаллока–Питца с кусочно линейной функцией активации на величину, стремящуюся к нулю при  $\lambda \rightarrow \infty$  равномерно относительно выбора начальной функции.

Импульсный нейрон МакКаллока–Питца способен многократно обрабатывать входную информацию, его рабочий такт имеет длину  $T$  (см. (18)) и включает в себя интервал чувствительности  $[t_* + P - T_1/2, t_* + P + T_1/2]$  и интервал генерации ответного импульса  $[t_* + Q - T_1/2, t_* + Q + T_1/2]$ , где  $t_*$  — начало текущего рабочего такта.

**Импульсный многослойный перцептрон.** Классический многослойный перцептрон представляет собой слоистую нейронную сеть, в которой нелинейные нейроны МакКаллока–Питца расположены в нескольких упорядоченных слоях, причем внутри слоя связи между нейронами отсутствуют, а каждый нейрон  $k$ -го слоя оказывает воздействие на все нейроны  $(k + 1)$ -го слоя. Пусть входы и выход каждого нелинейного нейрона МакКаллока–Питца представлены числами из промежутка  $[-\gamma, \gamma]$ , а функция активации имеет вид (16).

Конструкция импульсного аналога многослойного перцептрона определяется следующей теоремой:

**Теорема 7.** Пусть импульсная сеть  $\mathcal{P}'$  получена путем замены каждого нейрона, образующего перцептрон  $\mathcal{P}$ , на импульсный нейрон МакКаллока–Питца. Если для всех импульсных нейронов, образующих сеть  $\mathcal{P}'$ , выполнены условия теоремы 6 и рассогласование между слоями задано соотношением

$$\Delta T = T_2' + \Delta T' - T_S - T_1 + \varepsilon_{mbs},$$

то сеть  $\mathcal{P}'$  воспроизводит динамику многослойного перцептрона  $\mathcal{P}$ , составленного из нелинейных нейронов МакКаллока–Питца с функцией активации (16).

Наличие временного рассогласования  $\Delta T$  между слоями означает, что если у нейронов  $k$ -го слоя такт начинается в момент времени  $t$ , то у всех нейронов  $(k + 1)$ -го слоя такт начинается в момент времени  $t + \Delta T$ .

**Импульсная сеть Хопфилда.** Будем рассматривать сеть Хопфилда  $\mathcal{H}$ , которая представляет собой полносвязную сеть, образованную  $N$  нелинейными нейронами МакКаллока–Питца, причем для матрицы  $G = \{g_{ij}\}$  весов синаптических связей выполнены условия  $g_{ij} = g_{ji}$  и  $g_{ii} = 0$ . Мы будем рассматривать синхронный режим работы сети Хопфилда, при котором на каждом шаге для всех нейронов вычисляется новое состояние, после чего происходит одновременное обновление состояния всех нейронов.

Конструкция импульсного аналога многослойного перцептрона определяется следующей теоремой:

**Теорема 8.** Пусть импульсная сеть  $\mathcal{H}'$  получена путем замены каждого нейрона, образующего сеть Хопфилда  $\mathcal{H}$ , на импульсный нейрон МакКаллока–Питца. Если для всех импульсных нейронов МакКаллока–Питца, образующих сеть  $\mathcal{H}'$ , выполнены условия теоремы 6 и задержки  $\Delta_j$  на синапсах в формуле (7) заданы равенством

$$\Delta_j = T_S + T_S' + 2T_1 - T_1/4 - \varepsilon_{mbs}/2,$$

то сеть  $\mathcal{H}'$  воспроизводит динамику сети Хопфилда  $\mathcal{H}$ , составленной из нелинейных нейронов МакКаллока–Питца с функцией активации (16).

**В приложении** описана используемая при численном решении уравнения импульсного нейрона разностная схема и наиболее важные детали программной реализации этой схемы.

## **Основные результаты работы**

В работе исследована задача воспроизведения используемых в классических нейросетевых архитектурах алгоритмов обработки информации на импульсных нейронных сетях при использовании импульсного кодирования информации. Предложены две новые модели синаптического взаимодействия импульсных нейронов, позволяющие воспроизвести вычисление взвешенной суммы входов и применение ко входу функции активации с насыщением. На базе предложенных моделей построен импульсный аналог нелинейного нейрона МакКаллока–Питца, на основе которого построены импульсные нейронные сети, воспроизводящие работу многослойного перцептрона и рекуррентной сети Хопфилда.

В целом в работе продемонстрирована возможность построения быстрых импульсных аналогов классических нейронных сетей, что само по себе имеет большое теоретическое значение. Традиционная реализация классических нейронных сетей на базе биологически правдоподобных нейронов использует частотное кодирование информации и приводит к нейронным сетям, требующим для обработки информации времени, значительно превосходящего время отклика нервной системы. Предложенные в работе импульсные реализации классических нейросетевых архитектур на базе биологически правдоподобных нейронных элементов используют импульсное кодирование информации и демонстрируют способность обрабатывать входную информацию за время, сравнимое со временем генерации каждым нейроном сети единичного спайка, что соответствует экспериментальным данным о скорости отклика нервной системы на внешний стимул.

## **Список публикаций по теме диссертации**

**Статьи в ведущих журналах, включенных в перечень ВАК:**

1. Дунаева, О.А. Исправления и дополнения к статье «Поправка к периоду решения уравнения, моделирующего динамику мембранного потенциала нейрона» / О.А. Дунаева, М.Л. Мячин // Моделирование и анализ информационных систем. — Ярославль, 2009. — Т. 16. — № 3. — С. 46–57.

2. Дунаева, О.А. Уточнение оценки латентного периода для нейронов с синаптическим взаимодействием / О.А. Дунаева // Моделирование и анализ информационных систем. — Ярославль, 2009. — Т. 16. — № 4. — С. 46–55.
3. Дунаева, О.А. Принципы построения слоистых нейронных сетей на основе импульсных нейронов / О.А. Дунаева // Моделирование и анализ информационных систем. — Ярославль, 2011. — Т. 18. — № 2. — С. 65–76.
4. Дунаева, О.А. Принципы построения классических нейронных архитектур на базе импульсных нейронов / О.А. Дунаева // Ярославский педагогический вестник. — Т. III (Естественные науки). — Ярославль, 2011. — № 3. — С. 44–54.
5. Дунаева, О.А. Construction of Multi-Layer Perceptron Based on Pulse Neurons With Delay / О.А. Дунаева // Optical Memory & Neural Networks (Information Optics). — 2011. — Vol. 20. — № 4. — PP. 284–292.

**Другие публикации:**

6. Дунаева, О.А. Уточнение оценки латентного периода при синаптическом взаимодействии импульсных нейронов (материалы конференции) / О.А. Дунаева // XII всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2010». Сборник научных трудов. — Ч. 1. — М: НИЯУ МИФИ, 2010. — С. 59–68.
7. Дунаева, О.А. Об оценке латентного периода импульсных нейронов при синаптическом взаимодействии / О.А. Дунаева // Труды XIV молодежной конференции «Научкоёмкие информационные технологии» УГП им. А.К. Айламазяна. — Переславль-Залесский, 2010. — С. 183–187.
8. Дунаева, О.А. Построение многослойного перцептрона на основе импульсных нейронов / О.А. Дунаева // Современные проблемы математики и информатики. Сборник научных трудов молодых ученых, аспирантов и студентов. — Ярославль, 2010. — Вып. 11. — С. 61–72.
9. Дунаева, О.А. О реализации классических нейронных архитектур на основе импульсных нейронов (труды конференции) / О.А. Дунаева // XIII всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2011». Сборник научных трудов. — Ч.1. — М: НИЯУ МИФИ, 2011. — С. 118–126.

Отпечатано на ризографе

Ярославский государственный университет  
150000, Ярославль, ул. Советская, 14.