На правах рукописи

Чанков Евгений Игоревич

Строение конечной группы и арифметические свойства ее неприводимых представлений

Специальность 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
ДИССЕРТАЦИИ НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ
КАНДИДАТА ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

Ярославль — 2010

Работа выполнена на кафедре алгебры и математической логики Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор
Казарин Лев Сергеевич

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук, профессор
Струнков Сергей Петрович

доктор физико-математических наук, профессор
Кондратьев Анатолий Семенович

Ведущая организация:
Санкт-Петербургский государственный университет

Защита диссертации состоится 25 июня 2010 года в 14 часов на заседании диссертационного совета Д 212.002.03 при Ярославском государственном университете им. П. Г. Демидова по адресу:
150008, г. Ярославль, ул. Союзная, 144, аудитория 426.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова.

Автореферат разослан «8» мая 2010 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Постановка задачи и актуальность темы диссертации. Представление группы G *не имеет кратностей*, если оно разлагается в сумму неприводимых представлений группы G с кратностями, не превосходящими единицы. Группы, в которых любой элемент сопряжен со своим обратным, называются *вещественными*.

Просто приводимыми группами называются вещественные группы, в которых тензорное произведение любых двух неприводимых представлений не имеет кратностей. Будем говорить, что G является SR-группой, если группа просто приводима (от английского «*simply reducible*», то есть «*просто приводимая*»).

Определение SR-группы было предложено лауреатом Нобелевской премии по физике Ю. Вигнером [13]. Условия для определения этого класса групп сформулированы исходя из физических соображений. Например, отсутствие кратностей в произведении неприводимых представлений позволяет определить коэффициенты Клебша-Гордана с точностью до фазового множителя [8].

В работе [13] Ю. Вигнер показал, что для произвольной конечной группы G справедливо следующее неравенство

$$\sum_{g\in G} |\sqrt{g}\,|^3 \le \sum_{g\in G} |\,C_G(g)\,|^2$$

где $|M|$ — мощность множества M, $\sqrt{g} = \{x \in G \mid x^2 = g\}$, $C_G(g)$ — централизатор элемента g. Конечная группа G является просто приводимой тогда и только тогда, когда вышеуказанное неравенство обращается для этой группы в равенство.

В работе С. П. Стрункова [7] отмечено, что необходимость изучения SR-групп не вызывает сомнений, так как этот класс групп непосредственно связан с задачами на собственные функции уравнения Шредингера квантовой механики. В Коуровской тетради С. П. Струнковым был поставлен следующий вопрос (см. [5], вопрос 11.94):

Будут ли конечные SR-группы разрешимы?

В приложении «Нерешенные задачи» книги [5] А. И. Кострикин, в качестве нерешенной проблемы, сформулировал вопрос о SR-группах:

Как выразить в общем принадлежность к SR-классу в терминах структурных свойств группы?

В работе Л. С. Казарина и В. В. Янишевского [4] получены важные продвижения в проблеме разрешимости конечных просто приводимых групп. Ими был предложен новый класс групп, который включает в себя класс SR-групп.

Группа G называется ASR-группой (от английского «*almost simply reducible*», то есть «*почти просто приводимая*»), если тензорный квадрат любого неприводимого представления G не имеет кратностей. Очевидно, что любая SR-группа является ASR-группой. Обратное (см. [4]), вообще говоря, неверно.

В [4] проблема разрешимости конечных ASR-групп сведена к следующей ситуации. Конечная неразрешимая ASR-группа существует тогда и только тогда, когда таковой является группа $G \leq Aut(N)$, где N – прямое произведение простых неабелевых групп, каждая из которых изоморфна знакопеременной группе A_5 (или A_6) и G/N разрешима. Эта группа представляет собой минимальный контрпример к гипотезе о разрешимости конечных ASR-групп.

Отметим связь SR-групп с симметричными схемами отношений (определение см. в книге [1]). На эту связь указал Макки [10], но во время опубликования его работы терминология схем отношений еще не была разработана. Пусть H – конечная группа. Определим группу $G = H \times H \times H$ и ее диагональную подгруппу $K = \{ (h, h, h) | h \in H\}$. Пусть группа G действует сдвигами на множестве смежных классов $\Omega = G/K$. Схема отношений, определяемая действием G на $\Omega \times \Omega$, является коммутативной и симметричной тогда и только тогда, когда H – просто приводимая группа.

В диссертации также изучалось строение конечных p-групп с ограничением на число их неприводимых представлений. Конечные p-группы являются весьма сложным объектом для изучения. С ростом n число p-групп порядка p^n возрастает чрезвычайно быстро. Например, неизоморфных групп порядка 2^9 уже более 10 миллионов. Поэтому для изучения и детального описания какого-либо класса p-групп зачастую требуется формулировать в определении этого класса дополнительные ограничения.

Для конечной группа G через $n(G)$ обозначается число нелинейных представлений группы G. Группы с ограничением на число нелинейных неприводимых представлений начал изучать Г. Зейц [12]. Он определил группы G, у которых $n(G) = 1$. С. Хансен и Дж. Нильсен [9], а также П. Палфи [11] описали случай $n(G)=2$. Список конечных ненильпотентных групп, с ограничением $n(G) \leq 5$ был получен Я. Г. Берковичем в работах [2,3].

Цель работы: Исследование строения конечных SR-групп и строения конечных p-групп с небольшим числом нелинейных неприводимых характеров.

Методы работы. В диссертации используются методы доказательств теории конечных групп, теории групп перестановок и теории характеров конечных групп.

Научная новизна. Все основные результаты диссертации являются новыми. Главные из них:

1. Получен окончательный положительный ответ на вопрос о разрешимости конечных SR-групп. Причем этот результат справедлив и для более широкого класса ASR и ASR'-групп. Тем самым, из работы [4] и настоящей работы следует положительное решение вопроса 11.94 Коуровской тетради, [6].

2. Найдено строение конечных сверхразрешимых SR\$-групп.

3. Определено строение конечных p-групп, у которых не более 6 нелинейных неприводимых характеров.

Теоретическая и практическая значимость. Работа носит теоретический характер. Результаты диссертации могут найти применение в исследованиях по теории конечных групп и их представлениям, в алгебраической комбинаторике, а также в интерпретации некоторых задач теоретической физики.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на *32*-ой научной студенческой конференции (Ярославль, 2004), на всероссийской конференции «Колмогоровские чтения III» (Ярославль, 2005), на международной алгебраической конференции «Классы групп и алгебр» посвященной 100-летию со дня рождения С. А. Чунихина (Гомель, Беларусь, 2005), на всероссийской конференции «Колмогоровские чтения IV» (Ярославль, 2006), на международной конференции «Математика. Кибернетика. Информатика.» памяти А. Ю. Левина (Ярославль,2008), на международной конференции «Некоммутативный гармонический анализ, теория представлений групп и квантование» (Тамбов, 2009), на международной конференции «Дискретная математика, алгебра и их приложения» (Минск, Беларусь, 2009).

Публикация результатов. Материал диссертации был опубликован в цикле работ, состоящем из 4 статей (в том числе 2 статьи в журнале из списка рекомендованных ВАК РФ), и 3 тезисов докладов. Из 4 статей 2 написаны без соавторов, 2 – двумя авторами (Казарин Л. С., Чанков Е. И.). Все совместные работы написаны в нераздельном соавторстве. Список работ приведен в конце автореферата.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из оглавления, введения, пяти глав (28 параграфов), заключения и списка литературы из 44 наименований. Текст диссертации изложен на 96 страницах.

Содержание диссертации

Общая структура диссертации. Диссертация разбита на главы, которые в свою очередь подразделяются на параграфы. Нумерация всех результатов (теорем, лемм, следствий, предложений), а также определений сквозная внутри параграфа и состоит из трех цифр: первая цифра — номер главы, вторая — номер параграфа и третья — порядковый номер внутри параграфа. Формулы и таблицы имеют сквозную внутри всей диссертации нумерацию.

Глава 1. Введение. Во введении обосновывается актуальность проблемы, делается постановка задачи, приводится краткий обзор уже известных результатов. Далее следует содержание диссертации, а также обзор полученных в ней результатов.

Глава 2. Предварительные сведения Глава носит вспомогательный характер. В ней формулируются основные определения и результаты, используемые в диссертации. В параграфе 2.1 изложены сведения теоретико-группового характера.

В §2.2 приводятся сведения из теории представлений и теории характеров. Вводится понятие индуцированного характера, подстановочного представления и его характера. Формулируется закон взаимности Фробениуса. Приводятся основные формулировки теории Клиффорда.

В §2.3 приводится доказательство неравенства Вигнера, предложенное Макки [10]. Для изложении идей Макки используется современная терминология (конечные пары Гельфанда).

В параграфе 2.4 представлены два важных свойства ASR-групп – факторгруппа ASR-группы является ASR-группой и полиномиальная оценка порядка ASR-группы ее классовым числом. В связи с этим предложена конструкция, позволяющая для произвольной наперед заданной группы G и сколь угодно малого положительного ε построить такую группу $\mathfrak{G}$ и ее нормальную подгруппу N, для которых $G \simeq \mathfrak{G}/N$ и $k(\mathfrak{G}) > |\mathfrak{G}|^{1-\varepsilon}$.

Глава 3. Разрешимость конечных *ASR*-групп В этой главе получено положительное решение гипотезы о разрешимости конечных *ASR*-групп.

Теорема 3.1.2. *Пусть G – конечная ASR-группа. Тогда G разрешима.*

Из утверждения этой теоремы непосредственно получаем

Следствие 3.1.3. *Пусть G – конечная SR-группа. Тогда G разрешима.*

Можно рассматривать и другое обобщение *SR*-групп, полагая отсутствие кратностей у тензорного произведение неприводимого представления с его дуальным представлением. Группа G называется ASR'-группой, если для любого
неприводимого представления ρ группы *G*, тензорное произведение представлений ρ и его дуального ρ^* не имеет кратностей.

Теорема 3.1.5. *Пусть* G – *конечная* ASR'*-группа. Тогда G разрешима.*

Утверждения теорем 3.1.2 и 3.1.5 позволяют сформулировать следующее свойство неприводимых характеров неразрешимых групп.

Следствие 3.1.6. *Пусть G – конечная неразрешимая группа. Тогда найдутся такие, не обязательно различные, неприводимые характеры* χ, φ, ψ, ξ *группы G, что скалярные произведения* $[\chi^2, \psi] > 1$ *и* $[\varphi\overline{\varphi}, \xi] > 1$.

Для бесконечных групп свойство разрешимости *ASR*-групп перестает быть справедливым, как показывает следующее замечание.

Замечание 1. *Для бесконечных групп утверждение теоремы 3.1.2 неверно, так как трехмерная группа вращений O(3) является SR-группой [7].*

План изложения главы 3 следующий. В §3.2 представлены необходимые предварительные сведения, касающиеся характеров групп A_5 и A_6, а также некоторые сведения о группах перестановок и теории представлений. В параграфе 3.3 обсуждается строение минимального контрпримера и зафиксированы используемые в дальнейшем обозначения. Доказательство теоремы 3.1.2 состоит из двух частей в зависимости от строения неабелевых факторов минимального контрпримера. В параграфе 3.4 рассматривается случай, когда у *ASR*-группы есть композиционный фактор, изоморфный A_5. Соответственно, в §3.5 содержится анализ случая с композиционным фактором A_6. В параграфе 3.6 изложено доказательство теоремы 3.1.5 о разрешимости конечных ASR'-*групп*.

Глава 4. Строение конечных сверхразрешимых *SR*-групп В данной главе определено строение конечных сверхразрешимых *SR*-групп, представленное в теоремах 4.1.2 и 4.1.4. В 4.1 сформулированы основные результаты этой главы. Необходимые предварительные сведения приведены в параграфе 4.2. В параграфах 4.3 и 4.4 изложены доказательства теоремы 4.1.2 и теоремы 4.1.4.

Пусть p – это простое число. Напомним, что p'-группой называется группа, порядок которой взаимнопрост с p.

Подгруппа *H*, группы *G*, называется p'-холловой, если *H* – это p' группа, а факторгруппа *G/H* является *p*-группой.

Теорема 4.1.2. *Пусть G – конечная сверхразрешимая просто приводимая группа, тогда 2'-холлова подгруппа группы G абелева.*

Теорема 4.1.4. *Пусть G – конечная сверхразрешимая просто приводимая группа и S – 2-силовская подгруппа группы* G*, тогда*

$$G/\Phi(S) \simeq D(A_1) \times \ldots \times D(A_m),$$

где m – это целое неотрицательное число и $D(A_i)$ – обобщенные диэдральные группы с абелевыми группами A_i нечетного порядка.

Таким образом, строение конечной сверхразрешимой *SR*-группы в значительной степени определяется ее *2*-силовской подгруппой. Пусть S – произвольная просто приводимая *2*-группа. Тогда группа $\mathrm{S} \times \mathrm{C}_2$ является *2*-силовской подгруппой сверхразрешимой *SR*-группы $G = D(A) \times S$. Но не всякая просто приводимая *2*-группа реализуется в качестве *2*-силовской подгруппы непримарной сверхразрешимой SR-группы. Доказательство этого утверждения представлено параграфе 4.5.

Глава 5. Некоторые классы *ASR* и *SR*-групп В главе 3 была доказана разрешимость конечных ASR-групп. Естественно рассмотреть строение некоторых конкретных классов таких групп. Основные результаты этой главы, представленные в параграфе 5.1.

Теорема 5.1.1. *Если G – ASR-группа нечетного порядка, то G абелева.*

Из утверждения этой теоремы может быть получено следующее

Следствие 5.1.2. *Пусть G – неабелева группа нечетного порядка. Тогда существуют такие неприводимые характеры* χ *и* ψ *группы G, что их скалярное произведение* $[\chi^2,\psi] >1$.

Замечание 2. *Отметим, что если у группы G характер* $\chi\overline{\chi}$ *не имеет кратностей для любого* $\chi \in Irr_1(G)$, *то G может быть неабелевой группой нечетного порядка. Пример – экстраспециальная p-группа. Отсюда получается определенное различие между ASR и* ASR'*-группами.*

Теорему абелевости ASR-групп нечетного порядка можно усилить, используя результат о разрешимости конечных ASR-групп. А именно, справедлива

Теорема 5.1.3. *Пусть G – конечная неабелева ASR-группа, тогда индекс ее коммутанта четен.*

Теорема 5.1.5. *Пусть* $G = K \rtimes H$ *– группа Фробениуса, где K – ядро G, и H – ее дополнительный множитель, и пусть G является ASR-группой. Тогда G – обобщенная диэдральная группа D(K) с абелевой группой K нечетного порядка.*

В параграфе 5.2 изложено доказательство теоремы 5.1.1 и теоремы 5.1.3, а в параграфе 5.3 – теоремы 5.1.5. В параграфе 5.4 получено описание конечных групп регулярных автоморфизмов, являющихся просто приводимыми группами.

Пусть X – некоторая группа. Автоморфизм $\phi \in Aut(X)$ называется регулярным, если он оставляет на месте лишь единичный элемент группы X. Группа $G \leq Aut(X)$

называется группой регулярных автоморфизмов, если любой неединичный элемент G является регулярным автоморфизмом X.

Теорема 5.1.8. *Пусть G – конечная неабелева группа регулярных автоморфизмов, и пусть G просто приводима. Тогда G изоморфна группе кватернионного типа Q(C_n), где C_n – циклическая группа порядка n, для любого n, кратного четырем.*

Глава 6. Описание конечных р-групп с небольшим числом нелинейных неприводимых характеров В главе исследуются конечные нильпотентные группы с небольшим числом (не более 6) нелинейных неприводимых характеров. Любую конечную нильпотентную группу можно представить в виде прямого произведения ее силовских подгрупп, поэтому вопрос описания таких групп сводится к изучению p-групп с указанным свойством. Из указанного описания получено следствие, в котором определены не *ASR*-группы G, которые принадлежать полученному списку групп.

Еще одним результатом, полученным в главе 6, являются теоремы определяющие необходимые и достаточные условия того, чтобы *2*-группа класса *2* являлась *ASR*-группой.

Введем следующие обозначения:

n(G) – число нелинейных неприводимых характеров группы G;

$cd(G) = \{1, p^{c_1}, \ldots, p^{c_n}\}$ – множество степеней неприводимых характеров;

a_i – количество характеров степени p^{c_i};

$z_i = \left|\{\, x \in G \,\big|\, |G\colon C_G(x)| = p^i\}\right|,\ \ (i = 0,1,\ldots)$, в частности, $|Z(G)| = z_0$.

Описание p-групп, у которых не более чем три нелинейных неприводимых характера, можно найти в работе [2].

Теорема 6.1.1. *Группа G имеет четыре нелинейных неприводимых характера тогда и только тогда, когда выполнено одно из следующих утверждений*

1. G – экстраспециальная 5-группа.

2. *G – 2-группа такая, что* $|G| = 2^{3+2n}$, $|G'| = 2$, $|Z(G)| = 8$ и $cd(G) = \{1, 2^n\}$.

Теорема 6.1.2. *Группа G имеет пять нелинейных неприводимых характеров тогда и только тогда, когда* $|G| = 2^6, |G'| = 2^3, cd(G) = \{1, 2, 4\}, a_1 = 2, a_2 = 3$ и $(z_0, z_1, z_2) = (2,2,20)$. *Примером такой группы может служить группа вида*

$$G = \langle a, b, c \mid a^4 = b^4 = c^4 = 1, [a, b] = 1, a^c = ab, b^c = a^2 b \rangle$$

Теорема 6.1.3. *Группа G имеет шесть нелинейных неприводимых характеров тогда и только тогда, когда выполнено одно из следующих утверждений*

1. *p =7 и G – экстраспециальная 7-группа.*
2. *p=3,* $|G| = 3^{2n+2}, |G'| = 3, |Z(G)| = 3^2$ и $cd(G) = \{1, 3^n\}$.
3. *p=2,* $|G'| = 2^4$. *Тогда* $|G| = 2^7, (z_0, z_1, z_2, z_3) = (2,2,4,40), cd(G) = \{1,2,4,8\}$. *Примером такой группы является следующая группа*
   $$G = \langle a, b, c \mid a^8, b^4, c^4 = 1, a^b = a^5, a^c = ba^{-1},\ b^c = ba^2 \rangle.$$
4. *p = 2,* $|G'| = 2^2$ *и возможен один из случаев*
   a. *Если* $(z_0, z_1) = (2,18)$, *то* $|G| = 2^6$. *Пример такой группы –* $D_6 * D_{16}$.
   b. $(z_0,\ z_1) = (4, 12)$. $|G| = 2^{2n+4}$ и $cd(G) = \{1, 2^n, 2^{n+1}\}$, *либо* $|G| = 2^{2n+3}$ и $cd(G)=\{1, 2^n\}$.
   c. $(z_0, z_1) = (8, 0)$. $|G| = 2^{2n+5}$ и $cd(G)=\{1, 2^{n+1}\}$.

Замечание 3. *Пусть G – 2-группа с* $n(G) \leq 5$. *Легко видеть, что G не является ASR-группой тогда и только тогда, когда* $|G| = 2^5$ *и* $n(G) = 3$, *либо* $|G| = 2^6$ *и* $n(G) = 5$.

В теоремах 6.1.5 и 6.1.6 представлены необходимые и достаточные условия того, что *2*-группа класса *2* является *ASR*-группой. Кроме того, теорема 6.1.5 позволяет сформулировать критерии отсутствия кратностей у квадратов неприводимых представлений для *2*-групп класса 2.

Эти тесты более быстро, по сравнению с определением *ASR*-групп, проверяемы на компьютере.

Теорема 6.1.5. *Пусть G – 2-группа класса 2. Группа G является ASR-группой тогда и только тогда, когда* $Irr(\chi^2) \subset Lin(G)$ *для любого* $\chi \in Irr_1(G)$.

Теорема 6.1.6. *Пусть G – 2-группа класса 2. Группа G является ASR-группой тогда и только тогда, когда для любого* $\chi \in Irr_1(G)$ *факторгруппа* $H = G/ker\,(\chi)$ *такова, что* $|H'| = 2$.

Следствие 6.1.7. *Пусть G – 2-группа класса 2. Определим следующие характеры:*

$$\Psi = \sum_{\chi \in Irr_1(G)} \chi^2, \quad \Phi = \sum_{\chi \in Irr_1(G)} \chi, \quad \Lambda = \sum_{\lambda \in Lin(G)} \lambda.$$

1. *Группа G является ASR-группой тогда и только тогда, когда* $[\Psi, \Phi] = 0$.
2. *Группа G является ASR-группой тогда и только тогда, когда* $[\Psi, \Lambda] = \Psi(1)$.

С помощью первого критерия в системе компьютерной алгебры *GAP* был проведен тест для *2*-групп класса *2* на отсутствие кратностей у тензорных квадратов неприводимых характеров. В следующей таблице представлены полученные результаты.

Таблица. Число **не** *ASR*-групп для *2*-групп класса *2*.

Порядок группы	Число групп класса 2	Число **не** ASR-групп
2^3	2	0
2^4	6	0
2^5	26	0
2^6	117	3
2^7	947	10
2^8	31742	70

Гипотеза 1. *Из таблицы естественным образом возникает следующее предположение. Пусть* c_n *– число*

групп класса 2 среди групп порядка 2^n и asr_n – число ASR-групп среди групп класса 2 и порядка 2^n. Верно ли, что

$$\frac{asr_n}{c_n} \to 1, \text{при } n \to \infty\ ?$$

Глава 7. Заключение В заключение сформулировано четыре гипотезы (вопроса). Эти гипотезы могут служить ориентирами для дальнейших исследований по *SR* и *ASR*-группам.

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю Л.С. Казарину за постановку задачи, всестороннюю помощь и внимание к работе над диссертацией, а также В.В. Янишевскому за доброжелательное отношение и формулировку одной из проблем, решенной в настоящей диссертации.

Список цитируемой литературы

[1] Баннаи, Э. Алгебраическая комбинаторика. Схемы отношений / Э. Баннаи. Т. Ито. – М.: Мир, 1987. – 376 с.

[2] Беркович, Я.Г. Конечные группы с небольшим числом нелинейных неприводимых характеров / Я.Г. Беркович // Вопросы теории групп и гомологической алгебры. Ярославль. 1990. – С. 97-107.

[3] Беркович, Я.Г. Конечные группы с небольшим числом нелинейных неприводимых характеров / Я.Г. Беркович // Вопросы теории групп и гомологической алгебры. Ярославль.1991. – С. 145-156.

[4] Казарин, Л.С О конечных просто приводимых группах / Л.С. Казарин, В.В. Янишевский // Алгебра и анализ. – 2007.– Т.19, № 6. – С. 86-116.

[5] Кострикин, А.И. Введение в алгебру, часть 3. Основные структуры алгебры / А.И. Кострикин. – М.: Физ.-мат. лит., 2000. – 272 с.

[6] Коуровская тетрадь. Нерешенные вопросы теории групп. Издание 16-е, дополненное, включающее архив решенных задач / Новосибирск: ИМ СО РАН, 2006. – 193 с.

[7] Струнков, С.П. О расположении характеров просто приводимых групп / С.П. Струнков // Математические заметки. – 1982. – т. 31, № 3. – С. 357-362.

[8] Хамермеш, М. Теория групп и ее применение к физическим проблемам / М. Хамермеш. – М.: Мир, 1966.– 588 с.

[9] Hansen C. Finite groups having exactly two non-linear irreducible characters / C. Hansen, J.M. Nielsen //Prepr. Ser. Mat. inst. Aarhus univ., 1981-1982, № 33, 10 pp.

[10] Mackey, G.W. Symmetric and anti symmetric kroneker squares and interwining numbers of induced representations of finite groups / G.W. Mackey // Amer. J. Math. – 1953. – V. 75, № 2 – p. 387-405.

[11] Palfy, P.P. Groups with two non-linear irreducible representations / P.P. Palfy // Ann. Univ. sci. Budapest. Sec. math. – 1981. – № 24. – p. 181-192.

[12] Seitz, G.M. Finite groups having only one irreducible representation of degree greater than one / G.M. Seitz // Proc. Amer. Math. Soc. – 1968. – № 2. – p. 459-461.

[13] Wigner, E.P. On representations of finite groups / E.P. Wigner // Amer. J. Math., 1941. V. 63, № 1. – p. 57-63.

Работы автора по теме диссертации

Публикации в издании, рекомендованном ВАК РФ:

[1]Казарин Л.С. Признак абелевости группы нечетного порядка / Л.С. Казарин, Е.И. Чанков // Моделирование

и анализ информационных систем. – 2009. – т. 16, № 2. – С. 103-108.

[2] Казарин, Л.С. Конечные просто приводимые группы разрешимы / Л.С. Казарин, Е.И. Чанков // Математический сборник. – 2010. – т. 201, № 5. – С. 27-40.

Другие публикации:

[3] Чанков, Е.И. p-группы с пятью нелинейными неприводимыми характерами / Е.И. Чанков // Труды третьих колмогоровских чтений. Ярославль. – 2005. – С. 145-151.

[4] Чанков, Е.И. p-группы с пятью нелинейными неприводимыми характерами / Е.И. Чанков // «Классы групп и алгебр», международная алгебраическая конф., тезисы докладов. Гомель. – 2005. – С. 109-110.

[5] Чанков, Е.И. Конечные p-группы с небольшим числом нелинейных неприводимых характеров / Е.И. Чанков // «Ярославль на пороге тысячелетия», сборник лучших студенческих научных работ городского конкурса. Ярославль. – 2006. – С. 24-28.

[6] Чанков, Е.И. Конечные p-группы с небольшим числом нелинейных неприводимых характеров / Е.И. Чанков // «Математика. Кибернетика. Информатика.» Труды международной научной конференции памяти проф. А.Ю. Левина. Ярославль. – 2008. – С. 171-175.

[7] Чанков Е.И. Конечные сверхразрешимые просто приводимые группы / Е.И. Чанков // «Дискретная математика, алгебра и их приложения.», международная научная конф., тезисы докладов. Минск. – 2009. – С. 43-44.