На правах рукописи

Коновалов Евгений Владиславович

ИССЛЕДОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ РЕЖИМАМИ САМООРГАНИЗАЦИИ В СЕТЯХ ОБОБЩЕННЫХ НЕЙРОННЫХ АВТОМАТОВ

Специальность 05.13.18 – математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Ярославль – 2008

Работа выполнена на кафедре компьютерных сетей Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова

Научный руководитель — доктор физико-математических наук, профессор
Майоров Вячеслав Владимирович

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник
Козякин Виктор Сергеевич,

доктор физико-математических наук, профессор
Тимофеев Евгений Александрович

Ведущая организация — Обнинский государственный технический университет атомной энергетики

Защита состоится «____»__________ 2008 г. в ___ часов на заседании диссертационного совета Д 212.002.05 при Ярославском государственном университете им. П.Г. Демидова по адресу: 150000, г. Ярославль, ул. Советская, д. 14.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова по адресу: г. Ярославль, ул. Полушкина роща, д. 1.

Автореферат разослан «____»__________ 2008 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Глызин С.Д.

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Диссертация посвящена исследованию волновых режимов нейронной активности в сетях обобщенных нейронных автоматов и управлению этими режимами. Изучение биологических нейронных сетей является одним из приоритетных направлений современной науки. Создание математических моделей искусственных нейронных сетей и изучение их свойств представляет собой важнейший метод исследования в данной области. Помимо теоретического интереса к процессам мышления, интенсивное развитие нейросетевых технологий обусловлено целым спектром практических запросов — в медицине, экономике, бизнесе, химии, информатике и др.

Настоящая работа носит теоретический характер и опирается на данные функционирования биологических нейронных сетей. Возникновение теории нейронных сетей связывают с классическими работами У. Мак-Каллока, В. Питтса, Д. Хебба, Дж. Экклса. В дальнейшем данная теория была развита в работах Ф. Розенблатта, М. Минского, В. Маунткасла, Д. Эдельмена, В.Л. Дунина-Барковского, А.А. Фролова, Дж. Хопфилда, Т. Кохонена и др. Параллельно с возникновением и изучением нейросетевых моделей развивалось знание о биологических нейронных сетях в работах Э. Эндриана, Р. Лоренте Де Но, Н.П. Бехтеревой, М.Н. Ливанова, А.Н. Лебедева и др.

Диссертация выполнена в рамках фазово-частотного подхода касательно способов представления и хранения информации в мозге. На этот счет существуют две основные парадигмы. Эти парадигмы (и соответствующие концепции моделирования нейронных сетей) можно условно охарактеризовать как частотную и фазово-частотную. Частотный (детекторный) подход предполагает, что поведение нейрона определяет частота его импульсации. Состояние ассоциации нейронов отражает распределение частот импульсации элементов. Фазовые отношения не учитываются. Изменение состояния возможно только как результат изменения воздействия. До недавнего времени такой подход являлся основным. Гипотеза о частоте как базовой характеристике последовательностей спайков опиралась на тот факт, что нейроны могут менять частоту генерации спайков при изменении стимуляции. Сомнения в эффективности частотного кодирования и в его универсальности связаны с тем, что разные виды стимуляции могут приводить к идентичным частотам генерации нейронных импульсов. Кроме того, частотное кодирование может быть эффективным в условиях медленно меняющейся стимуляции, но оно непригодно при быстром изменении стимулов. Это подтверждается экспериментальными данными. Альтернативой частотному кодированию является гипотеза о кодировании информации паттерном расположения импульсов в последовательности. При этом множество нейронов может функционировать согласованно не только во времени, но и в пространстве. Данный подход можно назвать фазово-частотным. В его основе лежат фундаментальные биологические исследования мозга, выполненные Н.П. Бехтеревой, М.Н. Ливановым, А.Н. Лебедевым. В данных работах выдвинута гипотеза о том, что воспроизводимая мозгом информация записывается в виде комбинаций различающихся по фазе когерентных незатухающих волн нейронной активности. Элементами кода служат пакеты волн, имеющих одинаковую частоту и различающихся только фазами. Пакет волн создается согласованной активностью массы нейронов, объединенных в ансамбль. Кодирование информации сопровождается образованием волн нейронной активности и носителем информации является колебательный режим динамической системы. Перечисленные работы по волновому кодированию и хранению информации в мозге основаны на экспериментальном материале, но выполнены во многом на описательном и эмпирическом уровне. Всё это дает основания считать, что фазово-частотный подход является наиболее перспективным для понимания процессов, лежащих в основе памяти и мышления.

В настоящей работе предлагается новая модель нейронного элемента — обобщенный нейронный автомат (ОНА). На основе этой модели строятся и исследуются нейронные сети различной архитектуры. В современной теории нейронных сетей несомненный интерес вызывают такие модели, которые, одновременно, учитывают важные свойства биологического нейрона и допускают не только компьютерное моделирование, но и исследование аналитическим путем. Обобщенный нейронный автомат относится к числу таких моделей. В работах С.А. Кащенко, В.В. Майорова, И.Ю. Мышкина, был осуществлен феноменологический вывод одного из возможных уравнений динамики мембранного потенциала нейрона. Данная модель, получившая название импульсного нейрона, сохраняет основные биологические свойства нейрона и допускает аналитическое исследование. При моделировании обобщенного нейронного автомата применялся аналогичный подход. При этом модель ОНА отличается простотой описания, удобством исследования и универсальностью.

Полученные результаты являются актуальными, поскольку:

1. Процессы распространения волн импульсов в моделях нейронных сетей изучены еще недостаточно.

2. Модель обобщенного нейронного автомата обладает многими важными достоинствами: универсальный характер, простота описания, естественная биологическая интерпретация.

3. Открываются новые перспективы решения проблемы обработки информации, которые связаны с тем, что носителем информации является не стати-

ческое распределение битовой величины, а колебательный режим динамической системы или ансамбля систем. Сети обобщенных нейронных автоматов могут служить достаточно удобными объектами для организации такого рода режимов.

Цель работы. Характер исследования определялся поставленными в работе целями:

используя биологические предпосылки, разработать модель нейронных элементов, генерирующих импульсы;

на основе данной модели построить нейронные сети различной архитектуры, способные хранить информацию в волновом виде;

создать эффективный метод анализа функционирования нейронной популяции;

изучить вопросы строения колебательных режимов и управления ими.

Научная новизна работы заключается в следующем:

предложена новая модель нейронного элемента — обобщенный нейронный автомат, объединяющий свойства различных типов нейронов;

разработана модель взаимодействия обобщенных нейронных автоматов;

изучен ряд сетей обобщенных нейронных автоматов, доказана их способность хранить и воспроизводить данные, представленные в динамическом виде;

разработан метод анализа сетей обобщенных нейронных автоматов;

решена задача управления параметрами модели и сети в целом так, чтобы нейронная сеть имела аттракторы заранее заданной структуры;

Положения, выносимые на защиту. Исследования позволили решить важные конкретные задачи. Наибольший интерес из них представляют следующие положения:

1. Кольцевые структуры обобщенных нейронных автоматов способны хранить и воспроизводить заранее заданную периодическую последовательность импульсов (возможность хранения).

2. Периодическое пачечное воздействие способно навязывать обобщенным нейронным автоматам свой колебательный режим (механизм синхронизации).

3. Кольцевые структуры обобщенных нейронных автоматов успешно подвергаются адаптации (обучению). Это обеспечивает дублирование и запоминание информации.

4. В кольцевых структурах обобщенных нейронных автоматов-детекторов оказываются возможными разрушение со временем упорядоченной нейрон-

ной активности.

Методы исследования. В силу специфики исследуемых задач, на первый план выходят методы имитационного моделирования, нелинейной динамики, исследования дифференциальных и разностных уравнений. Интерпретация биологических данных позволяет выбрать в фазовом пространстве множество начальных условий. Строится итерационный оператор, который описывает динамику системы. Доказывается, что он переводит выбранное множество начальных условий в себя. Производится анализ конечномерного отображения.

Научно-практическая значимость результатов. Работа носит теоретический характер. Результаты могут быть использованы для моделирования проведения волн возбуждения в нейронных сетях. Данные результаты могут найти применение при создании новых сред для обработки информации, представленной в виде колебательных режимов динамических систем.

Апробация работы. Результаты настоящей работы были представлены на следующих конференциях и семинарах:

XII Всероссийский семинар "Нейроинформатика и ее приложения"(Красноярск, 2004); VI Всероссийская научно-техническая конференция "Нейроинформатика-2004"(Москва, 2004); XIII Всероссийский семинар "Нейроинформатика и ее приложения"(Красноярск, 2005); VIII Всероссийская научно-техническая конференция "Нейроинформатика-2006"(Москва, 2006); IX Всероссийская научно-техническая конференция "Нейроинформатика-2007" (Москва, 2007); Международная научная конференция "Математические методы в технике и технологиях"(Ярославль, 2007); X Всероссийская научно-техническая конференция "Нейроинформатика-2008"(Москва, 2008); Научный семинар "Моделирование и анализ нейронных сетей"(Ярославль, 2004-2008).

Публикации. По теме исследования опубликовано 13 статей, в том числе 2 в изданиях из списка ВАК.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы из 113 наименований. Содержание диссертации составляет 117 страниц.

Краткое содержание работы

Во введении содержится обзор основных направлений моделирования нейронных сетей. Обосновывается актуальность исследований и излагается краткое содержание диссертации.

В **первой главе** вводится новая математическая модель нейронного элемента — обобщенный нейронный автомат (ОНА).

В **§1.1** сформулированы необходимые сведения о строении и функционировании биологического нейрона. Подробно рассматриваются процессы генерации нервного импульса (спайка) и его распространение в биологической нейронной сети.

В **§1.2** приводится формальное описание обобщенного нейронного автомата. Модель ОНА задается набором следующих параметров:

- p — пороговое значение мембранного потенциала;
- r — равновесное значение мембранного потенциала;
- α — скоростной параметр;
- T_R — продолжительность периода рефрактерности;
- n — количество входов (синапсов);
- $q_1, q_2, \ldots, q_n$ — величины синаптических весов;
- T_m — продолжительность периода синаптического воздействия (время жизни медиаторов).

Положительные величины p, r, α, T_R и T_m не меняются с течением времени. Входы (синапсы) каждого автомата характеризуются величинами $q_1, q_2, \ldots, q_n$, где n — число входов данного автомата. Синаптические веса q_i ($i = 1, 2, \ldots, n$) определяют эффективность воздействия. Если $q_i > 0$, то воздействие через синапс считается возбудительным, если $q_i < 0$. то — тормозным.

Внутреннее состояние ОНА в момент времени t задается следующими функциями:

- $u(t)$ — функция зависимости мембранного потенциала от момента времени t;
- $s(t)$ — состояние автомата;
- $\sigma(t)$ — мгновенный выходной импульс единичной амплитуды;

Функция $u(t)$ при всех t удовлетворяет неравенству $0 \leq u(t) \leq p$. Функция $s(t)$ принимает следующие значения: {восприимчивость}, {генерация импульса}, {рефрактерность}. Функция $\sigma(t)$ равна единице, когда ОНА генерирует выходной импульс (спайк). В остальные моменты времени $\sigma(t) = 0$. Если $\sigma(t) = 1$, то данный ОНА оказывает воздействие на все связанные с ним автоматы.

Входные импульсы $\sigma_1(t)$,$\sigma_2(t)$,...,$\sigma_n(t)$ (n — число входов данного автомата) зависят от момента времени t. Здесь $\sigma_i(t) = 1$ во все такие моменты времени t, когда по i-му входу пришел импульс ($i = 1, 2, \ldots, n$). В остальные моменты времени $\sigma_i(t) = 0$ ($i = 1, 2, \ldots, n$). Введем вспомогательные функции $\sigma_1^m(t)$,$\sigma_2^m(t)$,...,$\sigma_n^m(t)$. При каждом отдельном $i = 1, 2, \ldots, n$ положим $\sigma_i^m(t) = 1$ при всех $t \in [t^*; t^* + T_m]$, где t^* такие, что одновременно $s(t^*) =$ {восприимчивость} и $\sigma_i(t^*) = 1$. В остальные моменты времени $\sigma_i^m(t) = 0$. Таким образом, функции $\sigma_i^m(t)$ — ступенчатого вида. Ступени имеют единичную высоту и длину, равную величине T_m.

Функционирование ОНА происходит в непрерывном времени. В произвольный момент времени t возможен один из трех вариантов:

1. $s(t) =$ {генерация импульса};

2. $s(t) =$ {рефрактерность};

3. $s(t) =$ {восприимчивость}.

1. Пусть $s(t) =$ {генерация импульса}. При этом $u(t) = p$, $\sigma(t) = 1$. Импульс ОНА происходит мгновенно, после чего автомат переходит в состояние рефрактерности. То есть, при сколь угодно малом $\varepsilon > 0$: $s(t + \varepsilon) =$ {рефрактерность}.

2. Пусть $s(t) =$ {рефрактерность}. Тогда $u(t) = 0$, $\sigma(t) = 0$. В состоянии рефрактерности ОНА невосприимчив к внешнему воздействию. Автомат находится в состоянии рефрактерности в течение промежутка времени T_R с момента генерации спайка, после чего переходит в состояние восприимчивости. То есть, $s(t_1^{sp} + T_R) =$ {восприимчивость}, где

$$t_1^{sp} = \max_{\tau < t} \{\tau : \sigma(\tau) = 1\}.$$

3. Пусть $s(t) =$ {восприимчивость}. Тогда функция мембранного потенциала $u(t)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению:

$$\dot{u} = \alpha(r + q - u), \tag{1}$$

где r — равновесное значение мембранного потенциала, α — скоростной параметр, а величина q определяется следующим образом:

$$q = \sum_{i=1}^{n} q_i \sigma_i^m(t).$$

В качестве начального условия для уравнения (1) берется значение $u(t^0)$, которое определяется следующим образом:

$$u(t^0) = u(t^0-),$$

$$t^0 = \begin{cases} t^*, \text{ если } t^* > t_1^{sp} + T_R \\ t_1^{sp} + T_R, \text{ если } t^* \le t_1^{sp} + T_R \end{cases},$$

$$t^* = \max\{t^+; t^-\},$$

$$t^+ = \max_i \max_{\tau \le t} \{\tau : \sigma_i(\tau) = 1\},$$

$$t^- = \max_i \max_{\tau \le t} \{\tau : \sigma_i^m(\tau) = 1, \sigma_i^m(\tau+) = 0\}.$$

В этом случае $\sigma(t) = 0$.

ОНА переходит в состояние генерации импульса, если величина мембранного потенциала $u(t)$ становится равной пороговому значению p. То есть, $s(t_2^{sp}) = \{$генерация импульса$\}$, где

$$t_2^{sp} = \min_{\tau > t} \{\tau : u(\tau) = p\}.$$

Если $u(\tau) < p$ при всех $\tau > t$, то ОНА не генерирует импульс, и $s(\tau) = \{$восприимчивость$\}$ при всех $\tau > t$.

Разобранные случаи полностью исчерпывают поведение обобщенного нейронного автомата.

Далее формулируется и доказывается ряд утверждений о свойствах и функционировании ОНА. В частности, рассматривается функционирование ОНА при отсутствии входных импульсов (без внешнего воздействия) и функционирование ОНА при поступлении одного входного импульса (при одном внешнем воздействии).

Формально определенная динамика обобщенного нейронного автомата соответствует развитию потенциала биологического нейрона. При этом модель ОНА отличается простотой описания, а также позволяет избежать технических трудностей, связанных с интегрированием сложных систем дифференциальных уравнений. Кроме того, обобщенный нейронный автомат — универсальная модель, способная, в зависимости от выбора параметров, функционировать как нейрон-детектор или нейрон-пейсмейкер. Об этом идет речь в **§1.3**.

А именно, *если $p < r$, то ОНА ведет себя как нейрон-пейсмейкер, то есть без внешнего воздействия будет периодически генерировать импульсы через промежуток времени T_A, определяемый из соотношения:*

$$e^{-\alpha(T_A - T_R)} = \frac{r-p}{r}.$$

Если $p > r$, то ОНА будет вести себя как нейрон-детектор. Поэтому предлагаемая модель способна решать более широкий класс задач, чем специализированные модели детекторов или пейсмейкеров.

Во **второй главе** рассмотрена задача о распространении импульсов (проведении возбуждения) по кольцевой структуре, образованной обобщенными нейронными автоматами-пейсмейкерами. Импульсы распространяются циклически, в сторону возрастания номеров автоматов. При этом установившимися с течением времени рассогласованиями в генерации импульсов между соседними автоматами можно управлять заранее. Система бесконечно долго воспроизводит заранее заданную периодическую последовательность импульсов. Такое функционирование нейронной сети может быть интерпретировано как хранение информации в динамическом виде.

В **§2.1** описываются кольцевые структуры, состоящие из ОНА-пейсмейкеров. Такие структуры обладают сравнительной простотой, что позволяет исследовать их поведение аналитическими методами.

Рассмотрим N обобщенных нейронных автоматов ($N \geq 3$). Соединим данные автоматы в кольцо и последовательно занумеруем их от 1 до N. Каждый $(i-1)$-й автомат имеет локальную синаптическую связь с i-м автоматом ($i = 1, 2, \ldots, N$). Других связей в кольце нет. Параметры p, r, α, T_R, T_m и $n = 1$ одинаковы для всех ОНА кольца. Условие $r > p$ определяет функционирование автоматов кольца в режиме пейсмейкеров. Обозначим $q_{i-1,i} > 0$ — синаптический вес связи, ведущей от $(i-1)$-го автомата к i-му автомату ($i = 1, 2, \ldots, N$).

Зададим для автоматов сети априорные моменты импульсов. Наложим на эти моменты необходимые ограничения. Доказывается, что таким образом задается начальное состояния системы. Последовательность прохождения импульсов по кольцу (от 1-го автомата к N-му автомату) будем называть тактом прохождения волны. Пусть t_i^j — момент j-го импульса i-го автомата ($i = 1, 2, \ldots, N,\ j = 1, 2, \ldots$). Будем считать, что в нулевой момент времени N-й ОНА-пейсмейкер генерирует импульс, то есть $t_N^0 = 0$. Введем обозначения для временных рассогласований ξ_i^k между импульсами $(i-1)$-го и i-го автоматов ($i = 1, 2, \ldots, N$) на k-м такте прохождения волны:

$$\xi_i^k = \begin{cases} t_1^k - t_N^{k-1}, \text{ если } i = 1, \text{ или} \\ t_i^k - t_{i-1}^k, \text{ если } i > 1. \end{cases}$$

Зададим область возможных значений параметров p, r, α, T_R, T_m следующими неравенствами:

$$0 < p < r, \quad \alpha > 0, \quad 0 < T_m < T_R. \tag{2}$$

Для существования устойчивого периодического режима, в котором импульсы автоматов кольца следуют в порядке возрастания номеров, необходимо выполнение следующих условий:

$$\begin{cases} 0 < \xi_i^k < T_m \\ T_R < \sum\limits_{j=1}^{N} \xi_j^k - \xi_i^k < T_A \end{cases}, \tag{3}$$

при всех $i = 1, 2, \ldots, N$. Предлагается исследовать устойчивость данного режима нейронной активности, и способность сети хранить информацию в динамическом виде.

В **§2.2** данная задача успешно решается. Формулируется и доказывается лемма, которая связывает временные рассогласования на первом и втором тактах прохождения волны возбуждения. Далее производится обобщение полученного результата на случай двух любых подряд идущих тактов распространения волны. Возникает итерационный процесс, заданный следующей системой:

$$\begin{cases} re^{-\alpha(\sum\limits_{i=2}^{N}\xi_i^k - T_R)} + q_{N,1} = e^{\alpha\xi_1^{k+1}}(r - p + q_{N,1}) \\ re^{-\alpha(\sum\limits_{i=1}^{l-1}\xi_i^{k+1} + \sum\limits_{i=l+1}^{N}\xi_i^k - T_R)} + q_{l-1,l} = e^{\alpha\xi_l^{k+1}}(r - p + q_{l-1,l}) \\ re^{-\alpha(\sum\limits_{i=1}^{N-1}\xi_i^{k+1} - T_R)} + q_{N-1,N} = e^{\alpha\xi_N^{k+1}}(r - p + q_{N-1,N}) \end{cases}, \tag{4}$$

где $l = 2, 3, \ldots, N-1$, а k — любое натуральное число.

Обозначим через ξ_i^0 ожидаемые в стационарном режиме значения рассогласований между спайками $(i-1)$-го и i-го ОНА $(i = 1, 2, \ldots, N)$. Полный период системы: $\overline{T} = \sum\limits_{i=1}^{N} \xi_i^0$.

Формулируется и доказывается лемма о существовании неподвижной точки отображения (4). При этом синаптические веса $q_{N,1}$, $q_{1,2}$, …, $q_{N-1,N}$ определяются формулами:

$$\begin{cases} q_{N,1} = \frac{1}{e^{-\alpha\xi_1^0}-1}\left[r - p - re^{-\alpha(\overline{T}-T_R)}\right] \\ q_{k-1,k} = \frac{1}{e^{-\alpha\xi_k^0}-1}\left[r - p - re^{-\alpha(\overline{T}-T_R)}\right] \\ q_{N-1,N} = \frac{1}{e^{-\alpha\xi_N^0}-1}\left[r - p - re^{-\alpha(\overline{T}-T_R)}\right] \end{cases}, \qquad (5)$$

где $k = 2, 3, \ldots, N-1$.

Теорема 2.1. *Пусть произвольные числа ξ_i^0 $(i = 1, 2, \ldots, N)$ удовлетворяют условиям (3), а параметры сети — ограничениям (2). Синаптические веса $q_{i-1,i}$ в кольцевой структуре ОНА-пейсмейкеров определены формулами (5). Тогда в кольцевой структуре в окрестности неподвижной точки существует устойчивый режим нейронной активности, при котором спайки ОНА-пейсмейкеров циклически следуют в порядке возрастания номеров. Предельные временные рассогласования между спайками $(i-1)$-го и i-го автоматов $(i = 1, 2, \ldots, N)$ принимают значения ξ_i^0.*

Из теоремы 2.1. вытекает следствие, где устанавливается зависимость величин синаптических весов $q_{i-1,i}$ и предельных рассогласований ξ_i^0. Таким образом, задав заранее синаптические веса $q_{i-1,i}$ и обеспечив существование устойчивого колебательного режима в кольце, можно легко управлять предельными рассогласованиями при генерации спайков соседними ОНА-пейсмейкерами.

В **третьей главе** рассматриваются две связанные между собой задачи: поведение ОНА под действием пачечной активности и задача адаптации в кольцевых структурах ОНА-пейсмейкеров.

В **§3.1** решается первая задача. Под пачечной активностью понимается группа тесно следующих по времени импульсов. Задача поведения ОНА под действием пачечной активности представляет самостоятельный интерес. Кроме того, полученные результаты используются в более сложных задачах, связанных с дальнейшим изучением обобщенных нейронных автоматов.

Рассмотрим некоторую произвольную нейронную сеть, состоящую из N обобщенных нейронных автоматов. Предположим, что m автоматов данной сети $(m < N)$ последовательно генерируют импульсы периодическим образом в моменты времени $t_1, t_2, \ldots, t_m$; $t_1 + T, t_2 + T, \ldots, t_m + T$; …; $t_1 + kT, t_2 +$

$kT, \ldots, t_m + kT; \ldots$ При этом каждый i-й автомат ($i = 1, 2, \ldots, m$) генерирует импульсы, соответственно, в моменты времени $t_i, t_i + T, t_i + 2T, \ldots, t_i + kT, \ldots$ Пусть каждый из этих m автоматов соединен локальной синаптической связью с еще одним $(m + 1)$-м автоматом, поведение которого и будет исследоваться. Обозначим соответствующие синаптические веса как $q_1, q_2, \ldots, q_m$; $q_i > 0$ при всех $i = 1, 2, \ldots, m$. Других связей у исследуемого $(m+1)$-го автомата нет. Параметры p, r, α, T_R и T_m одинаковы для всех $(m + 1)$ автоматов сети. Исследуемый автомат имеет $n = m$ входов.

Если рассматриваемый автомат является детектором, то величины q_i ($i = 1, 2, \ldots, m$) должны удовлетворять неравенству

$$r + \sum_{i=1}^{m} q_i > p. \tag{6}$$

Идентичные пачки поступают периодически через промежуток времени T. В том случае, если рассматриваемая нейронная сеть состоит из ОНА-пейсмейкеров, то положим:

$$T_m + T_R < T < T_A. \tag{7}$$

В том случае, если рассматриваемая нейронная сеть состоит из ОНА-детекторов, то положим:

$$T_m + T_R < T. \tag{8}$$

Будем говорить, что ОНА непосредственно реагирует на пачку, если его импульс происходит после начала выделения медиатора в m-м синапсе, но раньше, чем распался медиатор в первом синапсе. Это определяется условием $t_m < t_{sp} < t_1 + T_m$, где t_{sp} — момент импульса исследуемого автомата, а t_1 и t_m — моменты, соответственно, первого и последнего импульсов пачки. Далее вводятся величины ξ_i временных рассогласований между моментами i-го и $(i-1)$-го импульсов пачки и величина ξ^j запаздывания спайка исследуемого автомата относительно последнего импульса j-й пачки. В этих обозначениях условия непосредственной реакции на пачку имеют вид:

$$\begin{cases} \xi_i \geq 0 \\ \xi^j > 0 \\ \sum\limits_{i=2}^{m} \xi_i + \xi^j < T_m \end{cases}, \tag{9}$$

при всех $i = 1, 2, \ldots m$; $j = 1, 2, \ldots$

С учетом неравенств (6) — (8) и (9) формулируется и доказывается лемма о связи рассогласований ξ^1 и ξ^2. Далее производится обобщение полученного результата на случай двух любых поступающих друг за другом пачек и соответствующих рассогласований ξ^k и ξ^{k+1}. Имеет место следующая формула:

$$e^{\alpha\xi^{k+1}} = e^{\alpha\xi^k}\frac{re^{-\alpha(T-T_R)}}{r+\sum\limits_{i=1}^{m} q_i - p} + \frac{\sum\limits_{i=1}^{m} q_i e^{-\alpha\sum\limits_{j=i+1}^{m}\xi_j}}{r+\sum\limits_{i=1}^{m} q_i - p}. \tag{10}$$

Если в состав пачки входят только два автомата, то есть $m = 2$, то формула (10) приобретает вид:

$$e^{\alpha\xi^{k+1}} = e^{\alpha\xi^k}\frac{re^{-\alpha(T-T_R)}}{r+q_1+q_2-p} + \frac{q_1e^{-\alpha\xi_2}+q_2}{r+q_1+q_2-p}. \tag{11}$$

Эта формула используется в задаче адаптации ОНА-пейсмейкера.

Теорема 3.1. *Пусть одна и та же пачка из m импульсов поступает на синапсы обобщенного нейронного автомата с периодом T. Данный автомат непосредственно реагирует на каждую такую пачку. Величины рассогласований ξ_i, ξ^j удовлетворяют условиям (9) при всех $i = 2, 3, \ldots, m$; $j = 1, 2, \ldots$ Кроме того, в случае ОНА-пейсмейкеров выполняется условие (7), а в случае ОНА-детекторов — условия (6), (8).*

Если выполняется неравенство

$$re^{-\alpha(T-T_R)} < r + \sum_{i=1}^{m} q_i - p, \tag{12}$$

то периодическое пачечное воздействие навязывает исследуемому автомату свою частоту генерации импульсов. При этом последовательность рассогласований $\{\xi^j\}$ $(j = 1, 2, \ldots)$ имеет предел ξ^*, который может быть найден по формуле:

$$\xi^* = \frac{1}{\alpha}\ln\left(\frac{B}{1-A}\right), \tag{13}$$

где

$$A = (re^{-\alpha(T-T_R)})/(r+\sum_{i=1}^{m} q_i - p), B = (\sum_{i=1}^{m} q_i e^{-\alpha\sum\limits_{j=i+1}^{m}\xi_j})/(r+\sum_{i=1}^{m} q_i - p).$$

Из данной теоремы вытекает способность периодического пачечного воздействия навязывать постороннему ОНА свою частоту генерации импульсов.

В **§3.2** обсуждается способность нейронных сетей к обучению. Рассматриваются различные подходы к решению задачи обучения, в том числе механизм адаптации.

В **§3.3** решается задача адаптации ОНА-пейсмейкера. Рассмотрим два ОНА-пейсмейкера, которые входят в некоторую общую произвольную нейронную сеть, состоящую из N ОНА-пейсмейкеров ($N \geq 3$). Первый из этих двух ОНА соединен со вторым однонаправленной синаптической связью с весом $q_0 > 0$. Веса в данной произвольной нейронной сети, в том числе вес q_0, будем считаем заранее не известными. Предположим, общая сеть работает так, что два рассматриваемые ОНА функционируют в периодическом режиме. А именно, импульсы этих двух автоматов следуют друг за другом в порядке нумерации с одним и тем же внутренним рассогласованием ξ^0, и повторяются через промежуток времени T. Предположим также, что в момент генерации импульса первым по счету автоматом второй находится в состоянии восприимчивости. Описанные здесь два ОНА-пейсмейкера будем называть первым и вторым эталонными (стандартными) автоматами. Пусть эти два эталонных автомата соединены однонаправленными синаптическими связями с третьим ОНА-пейсмейкером, который будем называть адаптивным. Для этого автомата и будет решаться задача адаптации. Синаптический вес воздействия q второго эталонного автомата на адаптивный фиксирован. Синаптический вес воздействия Q первого эталонного автомата на адаптивный будет меняться в процессе функционирования сети. Первоначальное значение веса Q обозначим как Q_0 Цель адаптации: добиться того, чтобы адаптивный автомат функционировал в точности, как второй эталонный автомат. Приводится естественная биологическая интерпретация для данной задачи адаптации.

Наложим на величины ξ^0 и Q_0 следующие условия:

$$0 < \xi^0 < T_m, \tag{14}$$

$$0 < Q_0 < q_0. \tag{15}$$

Зададим область D возможных значений параметров p, r, α, T_R, T_m следующими неравенствами:

$$0 < p < r, \quad \alpha > 0, \quad 0 < T_m < T_R. \tag{16}$$

Доказывается лемма о начальном состоянии адаптивного ОНА-пейсмейкера. При этом рассматриваемая тройка автоматов (два эталонных и адаптивный) генерирует первые свои импульсы в следующем порядке: сначала первый эталонный, затем второй эталонный (с рассогласованием ξ^0), а затем адаптивный. Запаздывание импульса адаптивного автомата относительно второго эталонного будем обозначать $\eta > 0$. Из этой леммы вытекает, что при увеличении величины q и постоянных остальных параметрах величина рассогласования η стремится к нулю. В силу нестрогости неравенства (14), можно подобрать такой достаточно большой вес q, чтобы реакция носила непосредственный характер: спайк адаптивного автомата происходил раньше, чем завершается воздействие со стороны первого стандартного автомата. С другой стороны, при увеличении в процессе адаптации синаптического веса Q величина η уменьшается. То есть адаптивный автомат начинает в своем функционировании "подтягиваться"ко второму эталонному автомату. На данном факте основана идея подстройки синаптических весов.

После каждого изменения веса Q запаздывание импульса η адаптивного автомата в ответ на следующую пачку, вообще говоря, меняется. Поэтому можно говорить о последовательности рассогласований $\eta^{(k)}$, где $k = 1, 2, \ldots$ Каждое рассогласование $\eta^{(k)}$ — запаздывание импульса адаптивного автомата после поступления k-й пачки. Адаптацию будем проводить в соответствии с рекуррентной формулой

$$\begin{cases} Q^{(k+1)} = Q^{(k)} + \gamma(e^{\alpha\eta^{(k+1)}} - 1) \\ Q^{(1)} = Q_0 + \gamma(e^{\alpha\eta^{(1)}} - 1) \end{cases} . \tag{17}$$

Здесь γ — заранее выбранная малая константа, определяющая скорость адаптации, а величины $Q^{(k)}$ и $Q^{(k+1)}$ — последовательные значения веса Q до и после адаптации соответственно. Каждая такая адаптация веса проводится на промежутке времени $t \in [T(k-1) + \xi^0 + \eta^{(k)}; T(k-1) + \xi^0 + \eta^{(k)} + T_{\mathrm{Ad}}]$, где $T_{\mathrm{Ad}} < T_m - \eta$.

Формулируются и доказываются необходимые следствия из леммы о начальном состоянии системы. Величины $\eta^{(k)}$, $\eta^{(k+1)}$, $Q^{(k)}$ и $Q^{(k+1)}$ связаны соотношением:

$$\left\{ \begin{array}{rcl} e^{\alpha\eta^{(k+1)}} & = & A(Q)e^{\alpha\eta^{(k)}} + B(Q) \\ Q^{(k+1)} & = & Q^{(k)} + \gamma(e^{\alpha\eta^{(k+1)}} - 1) \end{array} \right. , \tag{18}$$

где

$$A(Q) = (re^{-\alpha(T-T_R)})/(r + q + Q^{(k)} - p),$$
$$B(Q) = (Q^{(k)}e^{-\alpha\xi^0} + q)/(r + q + Q^{(k)} - p).$$

При этом необходимо выполнение априорных условий:

$$
\begin{cases} \eta^{(k)} \geq 0 \\ 0 < Q^{(k)} \leq q_0 \end{cases}, \tag{19}
$$

при всех $k = 1, 2, \ldots$

Возникает итерационный процесс, отражающий последовательные такты процедуры адаптации. Формулируются и доказываются лемма о том, что отображение (18) имеет неподвижную точку $\overline{\eta} = 0$, $\overline{Q} = q_0$.

Теорема 3.2. *Пусть произвольный ОНА-пейсмейкер непосредственно реагирует на пачки из двух импульсов, поступающих с внутренним рассогласованием ξ^0 и периодом T. Выполняются условия (7), (14) — (15), а параметры сети удовлетворяют ограничениям (16).*

Если синаптический вес q и малая константа γ удовлетворяют неравенствам

$$
\begin{cases} \gamma p < (q_0 - Q_0)(r + q + Q_0 - p) \\ q > p \\ \gamma \varphi(0)/q_0 < (1 - \sqrt{A(0)})^2 \end{cases}, \tag{20}
$$

где

$$
\varphi(0) = (p - r(1 - e^{-\alpha(T - T_R)}))/(r + q - p),
$$
$$
A(0) = (re^{-\alpha(T - T_R)})/(r + q - p),
$$

то итерационный процесс (18) сходится к точке $\overline{\eta} = 0$, $\overline{Q} = q_0$.

Полученные результаты естественно применить к случаю, когда объектом адаптации является не один ОНА-пейсмейкер, а кольцевая структура, состоящая из N ОНА-пейсмейкеров. Эта задача решается в **§3.4**.

Рассмотрим два ориентированных кольца ОНА-пейсмейкеров. Первое из них назовем эталонным, а второе — адаптивным. Так же будем называть принадлежащие кольцам автоматы. В эталонном кольце каждый $(i-1)$-й эталонный автомат воздействует на i-й автомат посредством однонаправленной синаптической связи с весом $q_{i-1,i}$ $(i = 1, 2, \ldots, N)$. Пусть в эталонном кольце существует устойчивый режим нейронной активности, при котором спайки ОНА-пейсмейкеров циклически следуют в порядке возрастания номеров. Предельные временные рассогласования между спайками $(i-1)$-го и i-го автоматов принимают значения ξ_i^0 $(i = 1, 2, \ldots, N)$. Каждый эталонный автомат генерирует импульсы периодически с периодом $T = \sum_{i=1}^{N} \xi_i^0$. При этом выполняются неравенства:

$$0 < \xi_i^0 < T_m \tag{21}$$

$$T_R < T - \xi_i^0 < T_A \tag{22}$$

при всех $i = 1, 2, \ldots, N$. В адаптивном кольце каждый $(i-1)$-й адаптивный автомат воздействует на i-й автомат посредством общей терминали со специальным аксо-аксонным синапсом, ведущим от $(i-1)$-го эталонного автомата. Синаптический вес $Q_{i-1,i}$ соответствующей общей терминали будет меняться в процессе адаптации. Первоначально он равен $Q_{i-1,i}^0$ $(i = 1, 2, \ldots, N)$. Кроме того, каждый i-го эталонный автомат связан с i-м адаптивным автоматом. Вес каждой такой однонаправленной одинаковый и равный q. Других связей в описанной нейронной сети ОНА-пейсмейкеров нет.

Предлагается провести адаптацию кольца ОНА-пейсмейкеров так, чтобы после отключения внешних сигналов автоматы адаптивного кольце генерировали импульсы так же, как соответствующие автоматы эталонного кольца. При этом веса в адаптивном кольце будут равны весам в эталонном кольце. Приводится биологическая интерпретация рассмотренного процесса адаптации.

Теорема 3.3. *Пусть произвольные эталонная и адаптивная кольцевые структуры из N ОНА-пейсмейкеров соединены в нейронную сеть так, что каждый $(i-1)$-й эталонный автомат соединен с i-м эталонным и $(i-1)$-м адаптивным автоматами, а $(i-1)$-й адаптивный автомат соединен с i-м адаптивным автоматом посредством общей терминали с аксо-аксонным синапсом, ведущим от $(i-1)$-го эталонного автомата $(i = 1, 2, \ldots, N)$. Рассогласования ξ_i^0 между импульсами эталонных автоматов удовлетворяют условиям (21) — (22).*

Тогда описанный процесс адаптации приведет к тому, что в адаптивном кольце установится устойчивый колебательный режим нейронной активности, при котором величины рассогласований будут равны ξ_i^0, а соответствующие веса связей $Q_{i-1,i} = q_{i-1,i}$.

Тем самым доказывается успешность процедуры адаптации. Кольцевые структуры ОНА-пейсмейкеров оказываются способными к самовоспроизведению.

В **четвертой главе** исследуются кольцевые структуры ОНА-детекторов. Решаются две задачи: распространение импульсов по кольцевой структуре ОНА-детекторов с постоянными синаптическими весами и с весами, меняющимися с течением вермени.

В **§4.1** описываются кольцевые структуры, состоящие из ОНА-детекторов. Исследуется волна нейронной активности, представляющая собой циклическое распространение импульсов в сторону возрастания номеров автоматов. Рассмотрим введенную в **§2.1** кольцевую структуру обобщенных нейронных автоматов. Снабдим первый автомат дополнительным внешним входом (синапсом) с весом q. Это необходимо для инициализации. Условие $r < p$ определяет функционирование автоматов кольца в режиме детекторов. Далее воспользуемся введенными в **§2.1** обозначениями. Зададим область возможных значений параметров p, r, α, T_R, T_m следующими неравенствами:

$$0 < r < p, \quad \alpha > 0, \quad 0 < T_m < T_R. \tag{23}$$

Для существования устойчивого колебательного режима, в котором импульсы автоматов кольца следуют в порядке возрастания номеров, необходимо выполнение следующих условий:

$$\begin{cases} 0 < \xi_i^k < T_m \\ \sum\limits_{i=1}^{N} \xi_i^k - \xi_j^k > T_R \\ q > p - r \\ q_{i-1,i} > p - r \end{cases}, \tag{24}$$

при всех $i = 1, 2, \ldots, N$. Предлагается исследовать устойчивость данного режима нейронной активности, и способность сети хранить информацию в динамическом виде.

В **§4.2** данная задача успешно решается. Формулируется и доказывается лемма, которая связывает временные рассогласования на первом и втором тактах прохождения волны возбуждения. Далее производится обобщение полученного результата на случай двух любых подряд идущих тактов распространения волны. Возникает итерационный процесс, заданный системой (4).

В обозначениях, введенных в **§2.2**, формулируются и доказываются лемма о существовании неподвижной точки и теорема об устойчивости предложенного режима нейронной активности.

Теорема 4.1. *Пусть произвольные числа ξ_i^0 $(i = 1, 2, \ldots, N)$ удовлетворяют условиям (24), а параметры сети – ограничениям (23). Синаптические веса $q_{i-1,i}$ в кольцевой структуре ОНА-детекторов определены формулами (5). Тогда в кольцевой структуре в окрестности неподвижной точки существует устойчивый режим нейронной активности, при котором спайки ОНА-детекторов циклически следуют в порядке возрастания номеров. Предельные временные рассогласования между спайками $(i-1)$-го и i-го автоматов $(i = 1, 2, \ldots, N)$ принимают значения ξ_i^0.*

Из теоремы 4.1. вытекает следствие, где устанавливается зависимость величин синаптических весов $q_{i-1,i}$ и предельных рассогласований ξ_i^0. Поэтому, как и в случае ОНА-пейсмейкеров, можно легко управлять предельными рассогласованиями при генерации спайков соседними ОНА-детекторами.

В **§4.3** исследуется поведение кольцевых структур ОНА-детекторов при изменении синаптических весов. Приводится биологическая интерпретация. Распространение возбуждения по кольцевым структурам при изменении весов обладает существенным своеобразием.

Рассмотрим введенную в **§4.1** кольцевую структуру ОНА-детекторов с единственным отличием: синаптические веса $q_{i-1,i}$ $(i = 1, 2, \ldots, N)$ представляют собой функции $q_{i-1,i}(t)$ специального вида, зависящие от времени. Решается следующая задача: для некоторых классов функций $q_{i-1,i}(t)$ определить условия разрушения со временем описанного колебательного режима. Под разрушением колебательного режима будем понимать прекращение всякой нейронной активности в кольцевой структуре ОНА-детекторов.

Пусть вес синаптической связи $q_{i-1,i}$ между $(i-1)$-м и i-м ОНА-детекторами определяется следующим образом:

$$q_{i-1,i} = \begin{cases} Q_{i-1,i}, \text{ при } t \in [t_{i-1}^k; t_{i-1}^k + T_R] \\ q_{i-1,i}(t), \text{ при } t \in [t_{i-1}^k + T_R; t_{i-1}^{k+1}] \end{cases}, \tag{25}$$

где $i = 1, 2, \ldots, N$; $k = 1, 2, \ldots$; а функция $q_{i-1,i}(t)$ — положительная, невозрастающая и непрерывная во всех точках, исключая моменты t_{i-1}^k генерации импульса $(i-1)$-м ОНА-детектором $(k = 1, 2, \ldots)$.

Теорема 4.2. *Пусть в произвольной кольцевой структуре ОНА-детекторов с меняющимися величинами синаптических весов существует колебательный режим нейронной активности, при котором импульсы i-го автомата следуют за импульсами $(i-1)$-го автомата. Величины синаптических весов меняются в соответствии с условиями (25). Если найдутся момент времени $t^* \in [t_{i-1}^k; t_i^k]$ и номер ОНА-детектора (не находящегося в состоянии рефрактерности) i такие, что оба неравенства системы*

$$\begin{cases} u_i(t^*) - p < 0 \\ r + q_{i-1,i}(t^*) - p < 0 \end{cases}, \tag{26}$$

окажутся справедливыми на некотором k-м такте, то колебательный режим в кольцевой структуре ОНА-детекторов будет разрушен, и все автоматы перейдут в состояние покоя. Причем это произойдет не позднее, чем на k-м такте.

Приводятся примеры функций $q_{i-1,i}(t)$. Отмечается, что при новом достаточно сильном воздействии на кольцевую структуру ОНА-детекторов колебательный режим может возникнуть снова, причем с теми же временными рассогласованиями в генерации импульсов. Установленные явления могут быть отождествлены с "потерей памяти"и "восстановлением памяти"в биологических нейронных сетях.

В **§4.4** рассматриваются сходство и различия в работе кольцевых структур ОНА-пейсмейкеров и ОНА-детекторов. Дается сравнительный анализ по таким характеристикам как необходимость инициализации и способность к функционированию с ростом количества автоматов в кольце. Обсуждаются явления разрушения и трансформации колебательных режимов в кольцевых структурах.

В заключении подводятся основные итоги работы.

Список публикаций по теме диссертации

Статьи в ведущих научных журналах, включенных в перечень ВАК:

1. Майоров, В. В. Обобщенный нейронный автомат в задаче распространения волны возбуждения по нейронной сети / В. В. Майоров, Е. В. Коновалов // Нейрокомпьютеры: Разработка, применение. — М.: Радиотехника. — 2007. — № 7. — С. 3-8.

2. Коновалов, Е. В. Задача о пачечном воздействии на обобщенный нейронный автомат / Е. В. Коновалов // Моделирование и анализ информационных систем. — Ярославль: ЯрГУ, 2007. — Т.14, № 3. — С. 43-49.

Другие публикации:

3. Коновалов, Е. В. Устойчивый колебательный режим в нейронной сети обобщенных нейронных автоматов-детекторов / Е. В. Коновалов // Моделирование и анализ информационных систем. — Ярославль: ЯрГУ, 2007. — Т.14, № 2. — С. 30-35.

4. Коновалов Е. В. Хранение последовательностей бинарных векторов модульной сетью нейронных клеточных автоматов / Е. В. Коновалов // Сборник научных трудов. Нейроинформатика и ее приложения: Материалы XII Всероссийского семинара. — Красноярск: ИПЦ КГТУ. — 2004. — С. 76-77.

5. Коновалов, Е. В. Исследование модульной сети нейронных клеточных автоматов / Е. В. Коновалов // VI Всероссийская научно-техническая

конференция "Нейроинформатика-2004". Труды конференции. Ч.1 Теория нейронных сетей. Нейробиология. Применение нейронных сетей. — М.: МИФИ. — 2004. — С. 67-71.

6. Коновалов Е. В. Исследование колебательного режима "ведущий центр" в локальной сети нейронных клеточных автоматов / Е. В. Коновалов // Сборник научных трудов. Нейроинформатика и ее приложения: Материалы XIII Всероссийского семинара. — Красноярск: ИПЦ КГТУ. — 2005. — С. 48-49.

7. Коновалов Е. В. Устойчивые режимы ведущего центра в сети нейронных клеточных автоматов / Е. В. Коновалов // Современные проблемы математики и информатики; Яросл. гос. ун-т. — Ярославль: ЯрГУ. — 2005. — Вып. 7. — С. 56-61.

8. Майоров, В. В. Самоорганизация в полносвязной однородной сети нейронных клеточных автоматов возбудительного типа / В. В. Майоров, Г. В. Шабаршина, Е. В. Коновалов // Сборник научных трудов VIII Всероссийской научно-технической конференции "Нейроинформатика-2006". Ч.1. М.: МИФИ. — 2006. — С. 67-72.

9. Коновалов, Е. В. Организация колебаний в кольце, состоящем из обобщенных нейронных клеточных автоматов возбудительного типа / Е. В. Коновалов // Современные проблемы математики и информатики; Яросл. гос. ун-т. — Ярославль: ЯрГУ. — 2006. — Вып. 8. — С. 52-56.

10. Майоров, В. В. Обобщенный нейронный автомат в задаче распространения волны возбуждения по нейронной сети / В. В. Майоров, Е. В. Коновалов// Сборник научных трудов IX Всероссийской научно-технической конференции "Нейроинформатика-2007"; Ч.3. — М.: МИФИ, 2007. — С. 124-131.

11. Майоров, В. В. Задача адаптации нейросистем в курсе "Концепции современного естествознания"/ В. В. Майоров, Е. В. Коновалов, Г. В. Шабаршина // Преподавание математики и компьютерных наук в классическом университете: материалы 2-й научно-методической конференции преподавателей математического факультета и факультета информатики и вычислительной техники Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова. — Ярославль: ЯрГУ, 2007. С. 108-115.

12. Коновалов, Е. В. Задача об адаптации обобщенного нейронного автомата / Е. В. Коновалов // Международная научная конференция "Мате-

матические методы в технике и технологиях"(ММТТ-20). Материалы конференции. — Ярославль, 2007.

13. Майоров, В. В. Задача адаптации в сетях нейронных клеточных автоматов / В. В. Майоров, Е. В. Коновалов, Г. В. Шабаршина // Сборник научных трудов X Всероссийской научно-технической конференции "Нейроинформатика-2008"; Ч.2. — М.: МИФИ, 2008. — С. 193-199.